COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 JUIN 1888.

PRÉSIDENCE DE M. JANSSEN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur les* canaux *de la planète Mars.* Note de M. Fizeau.

« Les apparences singulières observées à la surface de la planète Mars par M. Schiaparelli, et auxquelles plusieurs observateurs, et notamment M. Perrotin, de l'observatoire de Nice, ont ajouté récemment des particularités nouvelles, sont demeurées jusqu'ici sans explication plausible. On s'accorde à les désigner sous le nom de *canaux* de Mars, d'après leur ressemblance lointaine avec des canaux d'irrigation, mais sans vouloir rien préjuger au sujet de leur véritable nature.

» Il semble cependant que les observations les plus récentes permettent d'essayer aujourd'hui de résoudre cette énigme, en s'appuyant sur les considérations suivantes :

» Et d'abord, on s'accorde généralement à reconnaître la présence de l'eau à la surface de Mars, et l'on admet que l'eau joue un rôle considérable dans les changements que l'on y observe. On connaît les taches polaires à aspect neigeux, qui s'étendent et diminuent suivant le cours des saisons. On sait, de plus, que l'analyse spectrale de la lumière de Mars a fait reconnaître à M. Janssen la présence de l'eau comme très probable.

» Les *canaux* de Mars apparaissent comme des lignes plus obscures que le reste de la surface, de directions rectilignes, souvent parallèles entre elles, ou se coupant suivant des angles plus ou moins grands. Le réseau de ces lignes n'a rien de fixe et, à des époques peu éloignées, a présenté des dessins fort différents les uns des autres; changements qui rappellent ceux des taches plus étendues (appelées *continents* ou *mers*), lesquelles paraissent, se modifient et disparaissent parfois dans l'intervalle de quelques mois. Tout récemment, une ligne très nette a été signalée comme traversant, suivant une corde, le cercle de glaces polaires tourné vers la Terre.

» Il paraît naturel de rapprocher de ces apparences singulières les phénomènes variés qui ont été signalés sur notre globe, à la surface des grands glaciers, tels que la mer de glace (mont Blanc), le glacier du Rhône et surtout la vaste région glacée du Groenland, pour ne citer que les plus connus. On sait que, parmi les changements incessants qui se produisent sur ces surfaces de glace par la succession des saisons, on remarque surtout, au point de vue qui nous occupe, des rides parallèles, des crevasses, des fentes rectilignes s'étendant sur des longueurs considérables et se coupant entre elles suivant des angles variés. M. Nordenskiöld a notamment rencontré et décrit, dans son deuxième voyage au Groenland, des phénomènes de ce genre tout à fait remarquables par leur grandeur et par les caractères plus précis qu'ils permettent d'assigner aux régions soumises au régime glaciaire.

» En rapprochant ainsi les principales circonstances que présentent les *canaux* de Mars de celles qui ont été observées sur nos glaciers, on remarquera que les analogies et les ressemblances entre les deux ordres de phénomènes sont réellement assez marquées pour que l'on puisse, avec une grande probabilité, rapporter les uns et les autres à une même cause, l'état glaciaire.

» On est donc conduit à l'hypothèse de l'existence à la surface de Mars d'immenses glaciers analogues à ceux de notre globe, mais d'une étendue beaucoup plus considérable encore, et dont les mouvements et les ruptures

doivent être également plus prononcés. On doit remarquer, en effet, que la longue durée des saisons sur la planète (double de celles de la Terre) favorise manifestement le développement et le bouleversement périodique des masses glacées, sous l'influence des dilatations et contractions dues aux changements de la température; effets auxquels il faut joindre ceux qui résultent de la faible pesanteur à la surface de la planète ($\frac{4}{10}$ de celle de la Terre).

» Mais, d'autre part, l'hypothèse dont il s'agit va-t-elle s'accorder avec plusieurs circonstances bien connues de la constitution physique de la planète?

» Et d'abord les distances au Soleil de Mars et de la Terre étant comme 3 à 2, les intensités du rayonnement sont comme 4 à 9; le rayonnement solaire est donc sur Mars $\frac{4}{9}$ de ce qu'il est sur la Terre. Sans vouloir décider ici ce que deviendraient nos climats si le Soleil ne nous envoyait plus que les $\frac{4}{9}$ de ses rayons, on peut assurer que toutes les températures moyennes seraient fort abaissées et que la plus grande partie de notre globe entrerait dans une période glaciaire. La température de Mars doit donc être bien plus basse que celle de la Terre, même en attribuant à la planète une atmosphère semblable à la nôtre.

» De plus, on a des motifs sérieux de penser que l'atmosphère de Mars est, contrairement à l'opinion d'éminents astronomes, moins développée que celle de la Terre.

» D'abord, l'absence de *bandes équatoriales* montre que les mouvements atmosphériques réguliers ne se produisent pas là comme sur notre globe; ce qui paraît indiquer une atmosphère d'une étendue plus limitée et, par suite, moins propre à absorber et à conserver la chaleur solaire que l'atmosphère terrestre.

» Ensuite, on peut remarquer que la lumière de Mars présente une *teinte rouge,* reconnue de tous temps et par tous les observateurs. Or cette couleur rouge fournit une nouvelle preuve que l'atmosphère de Mars n'a pas une constitution semblable à celle de l'atmosphère de la Terre; c'est ce que l'on peut conclure en considérant la couleur que possède la *lumière cendrée* que la Lune renvoie vers la Terre à certains jours des premiers et derniers quartiers. Cette lumière est en effet empruntée à la Terre directement éclairée par le Soleil, et peut nous donner une idée assez exacte de la couleur que possède la Terre, environnée de son atmosphère et vue de l'espace. Or la *lumière cendrée* est, d'après Arago, d'une teinte *bleue verdâtre* et nullement rouge, comme elle le serait si notre atmosphère était semblable à celle de Mars. La teinte rouge dont il s'agit indique avec une

grande probabilité la prédominance relative de la vapeur d'eau sur les gaz dans l'atmosphère de Mars.

» On voit que l'hypothèse de l'état glaciaire de Mars paraît s'accorder assez bien avec les principales données physiques que nous possédons, jusqu'à ce jour, sur cette planète. »

Remarques sur la Communication précédente; par M. **J. Janssen.**

« Je voudrais, à l'occasion de la Communication précédente, présenter quelques réflexions sur l'état de nos connaissances sur l'atmosphère de la planète Mars.

» Ces connaissances sont encore très peu avancées, et quant à la cause qui produit la couleur rougeâtre que présente la planète dans son ensemble, on peut la considérer comme encore inconnue, malgré toutes les explications qui ont été proposées. Il ne paraît pas que cette couleur puisse être expliquée par une action absorbante spéciale de l'atmosphère de la planète; car, dans ce cas, l'action absorbante de cette atmosphère s'exercerait avec plus d'énergie vers les bords du disque de l'astre, et l'on a très généralement observé le contraire.

» Il est donc probable que l'atmosphère de Mars est très transparente et peu importante relativement à la nôtre. Cette vue est corroborée par la considération de la masse de Mars, qui est près de dix fois plus petite que celle de la Terre, ce qui permet de supposer un refroidissement et un état géologique beaucoup plus avancés que ceux relatifs à notre globe. Je crois, en effet, qu'on peut admettre, comme une loi générale, que les planètes appartenant à des régions voisines présentent un degré de refroidissement et d'avancement des phases géologiques et météorologiques où la masse joue un rôle très important.

» Mais ce ne sont là que des indications générales et plausibles. Je crois que, pour faire avancer ces questions, il faut y introduire largement les deux grandes méthodes qui ont révolutionné l'Astronomie physique : l'Analyse spectrale et la Photographie.

» Les dessins qui sont soumis aujourd'hui à l'Académie ([1]) sont fort beaux, et, quand il s'agit de comparer des phénomènes qui se sont manifestés à de courts intervalles, ils ont toute l'autorité nécessaire. Mais il serait bien urgent de chercher à obtenir, avec les ressources que nous

([1]) Voir plus loin, p. 1786.

offrent les grands instruments dont nous disposons aujourd'hui, des images photographiques assez parfaites pour remplacer les dessins.

» Je sais que, quand il s'agit de phénomènes aussi délicats que ceux qui ont été découverts à Milan et à Nice, la Photographie, malheureusement, ne peut encore lutter avec la vue, mais il faut entrer résolument dans cette voie pour préparer l'avenir. Si, à la place des dessins si nombreux et dus presque tous à des hommes éminents, nous avions des images photographiques même moins détaillées, nous pourrions déjà en tirer, sur les changements qui ont lieu à la surface de Mars, des notions incomparablement plus certaines que celles dont nous sommes obligés de nous contenter.

» Pour se rendre compte de la vérité de ce que j'avance ici, il n'y a qu'à comparer la série des dessins, tous dus à des astronomes célèbres, qui ont été faits de la nébuleuse d'Orion. On verra quelle créance on peut accorder à ce genre de témoignages quand ils se rapportent à des intervalles très éloignés et qu'ils émanent d'observateurs différents.

» Mais l'analyse spectrale me paraît d'une application particulièrement intéressante pour la solution des questions qui ont été soulevées dans cette séance.

» La découverte du spectre de la vapeur d'eau a déjà permis à d'éminents observateurs, MM. Huggins et Vogel, et à moi-même dès 1867, en m'appuyant sur l'expérience de la Villette, de constater la présence de la vapeur d'eau dans l'atmosphère de Mars ([1]). Il y aura à revenir sur ces observations et à les développer.

» Mais je désire faire remarquer dès maintenant que la découverte des bandes obscures du spectre de l'oxygène peut permettre la recherche de ce gaz dans l'atmosphère de Mars.

» Les groupes A, B, α du spectre de l'oxygène ne s'y prêteraient pas, car l'atmosphère terrestre les fait naître avec une grande énergie, même au zénith, tandis que les bandes obscures de ce gaz ne sont produites par notre atmosphère que lorsque l'astre est à quelques degrés au-dessus de l'horizon.

» Il faudrait donc rechercher si, quand Mars est assez élevé sur l'horizon, le spectre des bords de la planète présente les bandes obscures en question. C'est une recherche délicate, mais qui n'est pas au-dessus de nos moyens actuels d'observation; elle donnerait une indication bien précieuse sur la composition de l'atmosphère de la planète en question.

([1]) *Comptes rendus*, t. LXIV, p. 1308.

» La suggestion de M. Fizeau relativement aux glaciers de Mars est évidemment très ingénieuse et très belle; elle s'ajoute aux autres considérations pour solliciter les astronomes à poursuivre avec ardeur ces belles études et à y employer toutes les ressources que la Science met aujourd'hui à leur disposition. »

CHIMIE. — *Sur la densité de vapeur du chlorure d'aluminium et sur le poids moléculaire de ce composé;* par MM. C. **Friedel** et J.-M. **Crafts**.

« A la suite d'expériences récentes faites par eux pour déterminer la densité de vapeur du chlorure d'aluminium, MM. Nilson et Pettersson ([1]) sont arrivés à la conclusion que ce corps doit recevoir la formule $AlCl^3$, et non la formule double Al^2Cl^6 adoptée généralement d'après les analogies et d'après les déterminations de MM. H. Sainte-Claire Deville et Troost ([2]).

» La question est assez importante au point de vue théorique, pour qu'il nous ait semblé nécessaire d'entreprendre une nouvelle série d'expériences, non que nous mettions en doute l'exactitude des résultats obtenus par des expérimentateurs aussi habiles que les chimistes suédois; mais la méthode qu'ils ont employée est sujette à quelques objections. Ils se sont servis du procédé de M. V. Meyer, qui, comme on sait, consiste en principe dans le déplacement d'un certain volume d'air, qu'on recueille, par un poids connu de la matière réduite en vapeur dans les conditions mêmes où se trouvait l'air.

» Cette méthode est d'un emploi très commode; elle est le plus souvent suffisante et elle a l'avantage de pouvoir seule être employée aux très hautes températures.

» Par contre, elle ne permet d'opérer qu'à une température notablement supérieure au point d'ébullition de la matière, la volatilisation devant se produire avec une grande rapidité pour que l'expérience soit bonne.

» D'autre part, l'un de nous, dans une étude relative à la densité de vapeur de l'iode ([3]), a montré que, contrairement à l'opinion émise à cette

---

([1]) *Zeitschrift für physikalische Chemie,* t. I, p. 459.
([2]) *Annales de Chimie et de Physique,* 3e série, t. LVIII, p. 257.
([3]) *Comptes rendus*, t. XCII, p. 39; 1881.

époque par M. V. Meyer, la méthode de ce savant doit donner des résultats autres que la méthode de Dumas, quand la densité de la vapeur peut varier avec sa tension, ainsi que cela a lieu dans le cas d'une dissociation.

» La tension ne serait la même, dans les deux procédés, que si l'on parvenait à remplir dans celui de M. Meyer cette condition irréalisable que la vapeur formât un cylindre homogène, sans diffusion dans l'excès d'air. Aux basses températures, il est probable que la diffusion est très faible pendant la courte durée de l'expérience; mais, lorsque la vaporisation est plus brusque, il y a projection et diffusion de la vapeur dans une proportion qui échappe à toute mesure exacte.

» On sait seulement que, quand les vapeurs changent de densité par suite d'une dissociation, on obtient des densités plus faibles en employant peu de substance, c'est-à-dire en la diffusant davantage.

» On ne peut d'ailleurs pas suivre le phénomène utilement au delà des premiers moments de l'expérience, parce qu'on entre alors dans la période dans laquelle il y a condensation d'une partie de la vapeur qui est arrivée dans la tige relativement froide de l'appareil.

» Il était donc utile de contrôler les expériences de MM. Nilson et Pettersson par une série de déterminations faites par la méthode de Dumas, et s'étendant à des températures auxquelles ils n'ont pu opérer.

» Nous avons fait précéder celles-ci d'une étude sur la tension de la vapeur du chlorure d'aluminium, afin de nous rendre compte de la température à laquelle il faudrait chauffer la vapeur sous diverses pressions pour être suffisamment loin du point d'ébullition et pour pouvoir la considérer comme un gaz parfait.

» Le chlorure d'aluminium que nous avons employé a été obtenu parfaitement pur et en gros cristaux limpides et incolores en chauffant du chlorure du commerce, préalablement sublimé, dans des tubes scellés avec addition d'aluminium métallique en feuilles. Lorsqu'on chauffe pendant quelque temps le tube tout entier à la température d'ébullition du mercure, puis qu'on le retire en partie de l'appareil, de manière que l'extrémité supérieure soit relativement froide, la partie inférieure restant chaude, on voit se déposer dans les portions froides de magnifiques cristaux ou des masses cristallines très propres à servir aux expériences et attirant relativement peu l'humidité de l'air.

» *Point de fusion.* — Le chlorure d'aluminium, qui, sous la pression ordinaire, se volatilise sans fondre, fond au contraire facilement sous une pression plus élevée. On peut déterminer son point de fusion dans un tube étroit suffisamment rempli de substance et entièrement plongé dans

le bain ; quand on ne prend pas ces précautions, la volatilisation d'une partie de la matière refroidit le reste, et le point de fusion apparent est notablement élevé.

» Nous avons trouvé, en opérant ainsi, pour le point de fusion, 190°.

» D'autre part, ayant fondu environ 20gr de chlorure d'aluminium dans un long tube de verre de Bohême, fermé par le bas et communiquant avec un réservoir d'air comprimé sous une pression de 2at, 5, nous avons trouvé, dans trois expériences, pour le point fixe de solidification, auquel le thermomètre s'est arrêté après être descendu d'abord de plusieurs degrés audessous :

186°, 187°,5, 186°,2 (¹).

» Le vrai point de fusion doit être compris entre le nombre précédent et ceux-ci, les causes d'erreur tendant à élever le premier et à abaisser, au contraire, les valeurs obtenues par la deuxième méthode.

» *Point d'ébullition.* — Pour le point d'ébullition, que nous avons déterminé sous diverses pressions, nous avons employé deux procédés différents :

» 1° Aux pressions élevées auxquelles le chlorure d'aluminium devient liquide avant de bouillir, nous avons opéré comme on fait d'ordinaire, avec quelques précautions spéciales exigées par le voisinage des points de solidification et de volatilisation, et par la propriété du chlorure d'aluminium d'être très avide d'humidité.

» Il faut avoir soin d'établir, dès que l'on commence à chauffer, une pression supérieure à celle qui est nécessaire pour la fusion ; sans cela, le chlorure d'aluminium se sublime dans le tube et n'est plus que difficilement ramené au fond.

» Nous avons employé, pour le chauffage, un double bain d'air. La partie inférieure du tube était plongée dans un appareil à doubles parois à vapeur de mercure, pendant que la partie plus élevée, sur une longueur de 0m,30, c'est-à-dire plus que la tige du thermomètre, pour éviter un refroidissement trop brusque, était entourée d'un appareil analogue, à vapeur de naphtaline, ouvert aux deux bouts et superposé à l'autre (²). Pour

---

(¹) Toutes ces températures sont données en degrés du thermomètre à hydrogène.

(²) Ces appareils ont été décrits avec des figures dans une étude publiée par l'un de nous. (*American chemical Journal*, t. V, p. 327 ; 1883.) Voir aussi *Bulletin de la Société chimique*, 2e série, t. XXXIX, p. 282.

protéger le thermomètre contre la pression, et en même temps pour empêcher la couleur noire des divisions d'être enlevée par le chlorure d'aluminium, nous l'avions scellé dans un tube mince muni de pointes qui le maintenaient dans l'axe du vase distillatoire.

» Dans ces conditions, l'ébullition se produit et se maintient très bien, et la lecture peut être faite sans difficulté en retirant pendant un instant l'appareil du cylindre à naphtaline jusqu'à ce que l'extrémité de la colonne thermométrique puisse être vue.

» 2° Pour les pressions auxquelles le chlorure d'aluminium se volatilise sans fondre, comme à la pression atmosphérique et au-dessous, nous avons fondu d'abord sous pression autour du réservoir du thermomètre un cylindre de chlorure d'aluminium, puis nous l'avons chauffé à la pression voulue en notant le point auquel le thermomètre restait fixe pendant qu'il était plongé dans un bain d'air à une température de beaucoup supérieure à celle de la volatilisation ([1]).

» Voici les nombres que nous avons obtenus :

Pressions en millimètres de mercure.	Pressions en atmosphères.	Chlorure d'aluminium.	Différences.	Naphtaline.	Différences.
252,1	0,33	167°,8	3,3	174°,46	8,0
311,4	0,41	170,4		182,10	
316,5		171,9	4,6	182,60	12,05
430,7	0,57	175,7	7,0	194,40	23,60
755,4	0,99	182,7	21,5	218,00	41,60
1793,4	2,37	204,2	3,3	259,60	6,84
2016,1	2,64	207,5	5,5	266,44	6,88
2277,5	3,60	213,0		273,32	

» Ces déterminations sont suffisamment exactes pour l'objet que nous avions en vue, mais elles révèlent des particularités que nous nous proposons d'étudier avec plus de soin.

» Nous avons mis en regard des nombres obtenus ceux trouvés par l'un de nous pour la naphtaline, substance bouillant à une température voisine, et déterminés très

([1]) MM. Ramsay et Young (*Philosoph. Trans. Royal Soc.*, p. 57 et 461; 1888) ont étudié par une méthode semblable les tensions de vapeur des solides et les ont trouvées presque identiques avec celles mesurées au moyen de tubes barométriques. Les très petites différences entre les tensions de vapeur à l'état solide et à l'état liquide sont inférieures aux erreurs de nos expériences.

exactement. La comparaison montre des irrégularités dans les points d'ébullition du chlorure d'aluminium; les intervalles de température, pour les deux substances, devraient être à peu près proportionnels, tandis que l'on voit que pour le chlorure d'aluminium solide, à la pression atmosphérique et au-dessous, les différences sont environ un tiers de celles correspondantes de la naphtaline. Pour les pressions plus élevées, ces différences sont près de moitié avec des irrégularités dues aux erreurs d'observations difficiles à éviter avec cette substance, d'un maniement incommode.

Il y a lieu de remarquer que les différences moyennes, pour un certain intervalle de pressions, sont beaucoup plus faibles que pour aucune autre substance connue. Elles indiquent une singularité dans la constitution physique du chlorure d'aluminium, que nous nous bornons à signaler, espérant y jeter quelque jour par l'étude d'autres chlorures. D'après les déterminations de Regnault, les chlorures de phosphore, de bore et de silicium ne présentent rien d'analogue.

Densité de vapeur. — Il résulte du Tableau précédent que l'on peut espérer avoir une densité de vapeur normale dès la température d'ébullition de la naphtaline (218°), et nous avons commencé à ce point une série de déterminations montant jusqu'à 432°.

» Les déterminations ont été faites dans des cylindres de verre étirés aux deux bouts, et sur lesquels on avait soudé d'un côté deux ou trois petits récipients consécutifs, communiquant entre eux et avec le cylindre, de l'autre un seul récipient.

» Après que la série de tubes avait été soigneusement desséchée, on introduisait le chlorure d'aluminium dans le dernier récipient de la série de deux ou trois et, après avoir fermé celui-ci à la lampe, on volatilisait le chlorure dans le récipient suivant, puis dans le troisième et enfin dans le cylindre, en fermant chaque fois à la lampe. Une fois le chlorure dans le cylindre, on introduisait celui-ci dans le bain d'air; la volatilisation se faisait rapidement et la plus grande partie du chlorure en excès se condensait dans le petit récipient supérieur, qu'on enlevait alors en scellant ainsi complètement le cylindre, qu'on laissait chauffer pendant dix minutes ou un quart d'heure en le recouvrant complètement d'asbeste, afin qu'il se mît bien en équilibre de température avec le bain. A ce moment, on ouvrait la pointe avec une pince pour laisser échapper l'excès de vapeur, puis on refermait à la lampe et l'on continuait l'opération comme d'ordinaire.

» Toutes ces précautions avaient pour but d'opérer avec du chlorure d'aluminium bien exempt d'humidité, et de ne pas laisser pénétrer l'humidité atmosphérique par le tube du cylindre, ce qui aurait pu avoir lieu pendant le temps, assez long, nécessaire pour que le cylindre prenne la température du bain d'air.

» Voici les résultats des expériences :

	Temp. de la vapeur.	Tension en atmosph.	Densité de vapeur.	Barom. réduit à 0°.	Volume du vase.	Air resté.	Pression de l'air resté.	Temp. de l'air.	Poids de l'air.	Excès de poids du vase.	Poids de l'air déplacé (1).	
	°				cc	cc	mm	°				
1...	218,00	0,59	8,87	755,00	80,79	22,53	685,0	24,7	0,0241	0,2307	0,0944	Dans la vapeur de naphtaline, à la pression atmosphérique.
2...	218,27	0,88	9,17	760,4	87,56	7,97	674,0	21,0	0,0085	0,4060	0,1050	
3...	218,27	0,99	9,69	760,4	80,80	0,40	746,0	21,0	0,0001	0,4656	0,0964	
4...	218,14	0,39	9,54	758,0	87,47	36,51	663,3	23,0	0,0382	0,1712	0,1032	
5...	218,14	0,29	9,34	758,0	82,05	39,36	676,3	23,0	0,0418	0,1073	0,0967	
6...	218,14	0,40	9,93	758,0	86,80	36,15	658,0	22,0	0,0375	0,1830	0,1039	
7...	263,20	0,98	9,504	753,8	87,47	0,59	585,1	23,5	0,0006	0,4385	0,1038	Naphtaline. Pression 1902^{mm},2.
8...	263,72	0,99	9,508	753,8	72,10	0,10	580	23,5	0,0001	0,3652	0,0855	Pression 1919^{mm},8.
9...	306,50	0,97	9,46	751,0	99,67	99,0	7,0	18,0	0,0012	0,4427	0,1192	Benzophénone. Pression atmosph.
10...	306,51	0,95	9,44	751,3	87,33	87,0	18,3	19,0	0,0025	0,3740	0,1048	
11...	356,88	0,89	9,34	750,0	278,5	273,0	9,4	20,0	0,0041	1,0870	0,3309	Mercure. Pression atmosphérique.
12...	356,94	0,97	9,17	751,0	276,8	270	8,3	18,0	0,0036	1,0585	0,3310	
13...	357,33	0,96	9,42	754,5	278,0	50	565	16	0,0046	1,1010	0,3332	
14...	398,22	0,97	9,20	754,8	250,0	245	10,3	17,2	0,0041	0,8765	0,3020	Mercure bouillant. Pression 1548^{mm},4.
15...	390	0,79	9,11	756,0	320,0	31,6	716	24	0,0354	0,8935	0,3785	
16...	400,04	0,95	9,27	754,8	299,7	295	16,5	18,1	0,0072	1,0378	0,3400	Mercure bouillant. Pression 1569^{mm},25.
17...	415	0,57	8,73	756,0	311,9	61,2	718	24	0,0687	0,5045	0,3690	
18...	428,9	0,97	8,31	758,65	224,50	2,8	725	22	0,0032	0,6550	0,2690	
19...	428,9	0,54	8,71	758,65	310,95	64,21	723	22	0,0731	0,3680	0,3727	
20...	429	0,87	8,39	753,6	320,36	17,65	740	21	0,0207	0,8170	0,3872	
21...	432,7	0,90	8,96	757,6	318,1	310	28,2	17,0	0,0143	0,9390	0,3857	Soufre bouillant, température déterminée avec un cylindre à air.

» La densité théorique est 9,24. On voit que les nombres trouvés ne s'en écartent pas notablement dans un intervalle de plus de 200°.

» Ils sont d'ailleurs d'accord avec ceux obtenus par MM. H. Sainte-Claire Deville et Troost (dans la vapeur de mercure, 9,35; dans la vapeur de soufre, 9,349).

» MM. Nilson et Pettersson, qui n'ont commencé leurs expériences qu'à 440°, ont trouvé un nombre très sensiblement inférieur, ce qui, comme nous l'avons fait remarquer plus haut, peut tenir aux conditions dans lesquelles ils ont opéré. Quoi qu'il en soit, il paraît ressortir de leurs expériences qu'à une température élevée la densité du chlorure d'aluminium diminue considérablement.

---

(1) Ces poids ont été déterminés en pesant chaque fois, en même temps que le cylindre rempli de vapeur, un cylindre taré dont les variations de poids indiquaient exactement, par une proportion, les corrections à faire sur le volume d'air déplacé.

» Mais les nôtres montrent que la vapeur de chlorure d'aluminium présente les caractères d'un gaz parfait à partir de 218° (35° au-dessus du point d'ébullition). De cette température jusqu'à 400°, l'écart entre le coefficient de dilatation et celui de l'air est à peu près le même que celui de l'acide carbonique et beaucoup moins fort que celui de l'acide sulfureux.

» Il n'y a donc, dans ces limites, aucun indice de décomposition ou de dissociation, et la formule Al^2Cl^6 se trouve appuyée par des raisons plus fortes que ne le sont celles de divers composés organiques qu'il est impossible de chauffer sans décomposition dans un intervalle aussi grand de températures.

» Nous avons eu soin de multiplier les expériences vers 218° en faisant varier la tension ; on voit que la densité ne change pas notablement, mais même en laissant de côté la détermination 1, qui s'écarte sensiblement des autres et pour laquelle il paraît y avoir eu une erreur d'expérience, il semble que la diminution de tension produise un effet aussi marqué qu'une grande élévation de température.

» Nous ne nous prononçons pas sur ce que peut devenir la vapeur de chlorure d'aluminium à haute température, soit par suite d'une dissociation en $2AlCl^3$, analogue à celle qui se produit pour la vapeur d'iode, soit par une dissociation en $Al^2Cl^4 + Cl^2$, analogue à celle que subit le chlorure ferrique.

» Toujours est-il que, dans un long intervalle, la densité correspond à la formule Al^2Cl^6, et ceci nous semble suffisant pour maintenir celle-ci comme représentant le poids moléculaire du chlorure d'aluminium [1].

» Les expériences de MM. Louïse et Roux sur l'aluminium méthyle et sur l'aluminium éthyle conduisent à des conclusions analogues. »

ZOOLOGIE. — *Les progrès du laboratoire de Roscoff et du laboratoire Arago*; par M. de Lacaze-Duthiers.

« Il y a un an, à pareille époque, en revenant du laboratoire Arago, j'eus l'honneur de présenter à l'Académie quelques observations sur les progrès de la station maritime des Pyrénées-Orientales. Mon but était surtout de remercier l'Académie des encouragements qu'elle n'avait cessé de

---

[1] Ce travail a été fait à l'École des Mines, dans le laboratoire de l'un de nous.

donner à la création et au développement de cet établissement. J'arrive de Banyuls, mais en faisant un peu le chemin de l'école, puisque je suis passé par Roscoff, où j'ai dû aller déjà deux fois cette année pour présider à de nouvelles améliorations. Je voudrais aujourd'hui faire part à l'Académie des impressions que je rapporte de ces voyages.

» Un mot d'abord du laboratoire Arago.

» Depuis que j'ai pu y installer une machine à vapeur, l'eau coule abondamment dans tous les bacs, la vie y a repris un grand développement et les animaux s'y reproduisent avec une telle facilité, que j'ai pu constater quelques faits très intéressants.

» Une observation qui ne manque pas de fournir des enseignements précieux, dont il y aura à tenir compte, vient de durer plus de six mois. Pendant l'installation de la machine à vapeur et des appareils propres à l'éclairage électrique, les bacs de l'aquarium durent être vidés ; je saisis cette occasion pour leur faire donner une nouvelle couche de ciment et opérer leur nettoyage complet. Il en fut de même du grand réservoir de 125^{mc}, creusé dans la roche du promontoire de Fontaulé et qui donne un courant constant sous la pression de 10^{m}. Après ces réparations, les premières eaux servirent à un lavage général très soigné; mais les animaux réunis dans les divers compartiments mouraient tous sans exception. La mortalité a été persistante pendant près de huit mois. A quoi était-elle due? à un empoisonnement qu'auraient causé les sels de cuivre produits dans les tubes d'aspiration? à une dissolution de quelques-uns des éléments du ciment employé à la restauration des parois des bacs ou du réservoir? L'analyse ne l'a point montré. Toutes les hypothèses ayant été faites, j'ai cherché à remédier à cet état fâcheux en allant au-devant de toutes les suppositions possibles; mais, malgré tous les soins, l'état restait le même. Craignant encore aujourd'hui un empoisonnement, le mécanicien, en mettant la machine en mouvement, laisse d'abord échapper au dehors les premières eaux qui ont pu se charger de sels de cuivre dans les tuyaux. Et maintenant, sans trop savoir comment cela s'est produit, la vie est revenue aussi florissante qu'on puisse le désirer.

» De tous les animaux, les Poissons sont ceux qui ont le mieux résisté. Les Annélides, les Mollusques et les Échinodermes ont été, avec les Crustacés, Langoustes, Galathées, etc., longs à s'acclimater. Les Actinies, qui, habituellement, vivent si bien et si longtemps en captivité, ne survivaient guère plus de un à deux jours; les Vérétilles et Alcyons mouraient de même.

» Dans la longue pratique que m'a donnée ma carrière scientifique, consacrée presque tout entière à l'étude des animaux marins, je me suis souvent heurté à des faits semblables; dans nos réservoirs, il se développe des conditions biologiques favorables, qui nous échappent et qui s'établissent indépendamment de nos prévisions, de notre volonté; et lorsqu'elles existent, la vie continue sans aucune difficulté, presque sans soins. Je pourrais citer beaucoup d'exemples de la durée de la vie, dans des conditions paraissant, au premier abord, tout à fait défavorables.

» Je rappelle que j'ai conservé et montré à l'Académie des Caryophyllies de Smith ([1]), qui avaient vécu dans de tout petits vases pendant quatre ans, sans avoir changé l'eau, qui était tout au plus entretenue au même niveau, c'est-à-dire au même état de salure, par l'addition, de temps en temps, de quelques gouttes d'eau distillée. Des environs de Saint-Malo j'ai transporté à Lille, puis dans le Midi, enfin rapporté dans le Nord, plusieurs Dentales qui ont vécu dix-huit mois dans la même eau et dans une petite carafe avec un peu de sable. Dans ces cas, on ne saurait dire ce qui se produit : sans doute des algues et des animalcules microscopiques peuvent être supposés se développer et déterminer ces conditions, nécessaires pour assurer, entre le milieu extérieur et les animaux, les échanges indispensables à l'existence; mais nous sommes encore fort ignorants sur ce point; quoi qu'il en soit, aujourd'hui, dans l'aquarium de Banyuls, les conditions normales, un moment suspendues, semblent être entièrement revenues. En voici des preuves.

» Une photographie, faite par M. le Dr Prouho, montre un groupe de *Murex trunculus* déposant ses œufs contre les parois de cristal des grands bacs intérieurs, montés sur tables de marbre.

» On sait que les Gastéropodes pectinibranches pondent leurs œufs sous une foule de formes. On trouve ces pontes dans les filets des pêcheurs, sur les rochers, dans le sable, et souvent on a de la peine à les rapporter aux espèces qui les ont produites. Voilà un exemple, qui montre combien les conditions biologiques s'accomplissent normalement dans les bacs de Banyuls, puisque l'accouplement et la fécondation se sont produits régulièrement. Aussi faut-il espérer qu'il sera possible, la chose en vaut la peine, d'obtenir pour d'autres espèces les mêmes résultats et d'arriver à connaître exactement les formes des pontes de ces animaux en les élevant dans les bacs.

([1]) *Voir* H. de Lacaze-Duthiers, Vol. VI des *Archives*, p. 378.

» Un fait plus intéressant encore est celui-ci. Des Élédons musqués vivent dans un autre bac fort bien tenu. Ils causent l'admiration des visiteurs par leur agilité, l'élégance de leurs mouvements et surtout leur impressionnabilité, se manifestant par les changements de couleur aux moindres causes venant exciter leur irritabilité. Souvent on les voit, enlaçant leurs bras, être tantôt frémissants, tantôt tranquilles. Ils ont pondu des grappes d'œufs dont je montre l'image photographique faite par M. Prouho. En ce moment, au laboratoire, l'un des travailleurs étudie et fera connaître en détail les particularités de la ponte et l'embryogénie de l'Élédon.

» Les Céphalopodes sont des animaux dont la respiration est très active. Ils meurent fort rapidement en captivité. Pour être arrivés à se féconder et à pondre, il faut, la démonstration est de toute évidence, que les conditions biologiques dans lesquelles ils se trouvent au laboratoire Arago soient excellentes.

» Je suis vraiment bien heureux de pouvoir dire que, par une circonstance toute fortuite et dont je me félicite grandement, c'est dans l'un des magnifiques bacs en glace montés sur table d'un beau marbre noir, celui-là même que m'a si généreusement donné notre Confrère M. Gaudry, qu'a été vue pour la première fois, je crois, la reproduction de l'Élédon musqué, dont on ne se procure que fort difficilement les pontes.

» Les Élédons ne sont pas les seuls à avoir pondu dans les bassins de Banyuls. Sous le double escalier donnant accès à l'aquarium se trouve un bassin où se rend l'eau de tous les bacs : c'est le réservoir des égouts collecteurs de l'aquarium. Tous les animaux, lorsqu'ils sont rapportés par mes pêcheurs, sont mis indistinctement, pêle-mêle, dans ce bassin. C'est comme une première épreuve de vitalité qu'on leur fait subir. On choisit parmi eux ceux qui résistent à ce milieu, dans lequel flottent souvent et se décomposent plus d'un cadavre.

» Là une Sèche a entouré les conduits et la toile métallique de la vidange de ce réservoir d'une superbe grappe d'œufs. Cette grappe n'a pas été pondue d'un seul coup : la mère venait de temps en temps ajouter quelques œufs nouveaux.

» N'est-ce pas là un exemple qui vient confirmer les remarques précédentes sur les conditions nécessaires à la vie? Au premier abord, on pourrait penser que, dans une eau où se trouvaient toutes sortes de bêtes, et quelques-unes en putréfaction, la vie et la reproduction seraient difficiles. Il n'en a été rien pour la Sèche.

» L'Académie le voit et je le répète, les conditions biologiques sont aujourd'hui excellentes au laboratoire Arago.

» Voici encore un exemple. J'ai observé et dessiné à Banyuls un Alcyonaire que je n'ai point trouvé décrit dans les ouvrages spéciaux et qui a longtemps vécu au laboratoire.

» C'est un charmant petit animal. M. Milne Edwards, notre regretté maître, avait formé le genre *Paralcyonium* pour une seule espèce qu'il avait avec raison qualifiée : *élégante*. J'ai trouvé cette espèce très fréquemment en Afrique, sur les fonds coralligènes, et j'ai souvenir d'avoir eu aussi à la Calle l'espèce que l'on rencontre très souvent sur certains fonds en s'approchant de l'Espagne, au sud-est de Banyuls.

» Le genre *Paralcyonium* de M. Edwards est caractérisé par un mode de groupement tout particulier des polypes. Une réunion de ces petits êtres forme comme une famille rétractile dans un tube, et les différents tubes renfermant ces associations sont portés sur une lame de tissu commun qui court sur les corps sous-marins auxquels elle est fixée. Les tubes ou les étuis dans lesquels les familles se retirent quand on les irrite ont leurs parois bourrées et soutenues par de longs spicules blancs très visibles.

» Chez le *Paralcyonium* de Banyuls, ces spicules manquent dans les tubes, qui, d'ailleurs, sont beaucoup plus petits que chez celui décrit par M. Edwards. Les polypes sont aussi très peu nombreux dans chaque groupe.

» Lorsque ces petites touffes d'animaux sont bien épanouies, leur teinte est d'un gris brunâtre lavé d'un peu de terre de Sienne, et le pourtour de la bouche de chaque individu est d'un vert émeraude éclatant, qui ne paraît que sous certaines incidences de lumière. A la base des bras, quelques spicules blancs, entre-croisés, donnent à cette partie une apparence blanchâtre qui s'accuse beaucoup quand les tentacules sont rétractés.

» Le genre *Paralcyonium* peut être discuté, il l'a même été; mais la chose importe peu ici. L'espèce de Banyuls diffère de celle décrite comme type par H.-Milne Edwards : je la dédierai au créateur du genre et la nommerai *Paralcyonium Edwarsii*.

» J'arrive au laboratoire de Zoologie expérimentale de Roscoff. La station était, il y a quelques mois encore, dans son état primitif d'infériorité, au point de vue de l'aquarium et des appareils hydrauliques. Je n'avais pas agi aussi activement pour obtenir dans l'aquarium de Roscoff des con-

ditions semblables à celles qui existent à Banyuls. Cela se comprend. Dans la Manche, les marées nous permettent de renouveler incessamment et à profusion les objets de travail. Un grand vivier construit sous les murs de l'établissement permet de suivre et d'étudier une foule d'animaux qui y sont mis par nous ou y sont apportés par la mer, et qui y vivent ou s'y développent absolument comme dans la mer même. En réalité, le vivier est un grand aquarium.

» Néanmoins, il était indispensable de ne pas laisser la sœur aînée de la station Arago au-dessous de celle-ci. Aussi, après des démarches qui n'ont pas duré moins d'une année, je suis arrivé aux résultats suivants, que je suis heureux de faire connaître aujourd'hui.

» La batterie de la Croix, voisine du laboratoire, a été demandée au Génie, qui en a accordé la jouissance temporaire; elle était séparée de l'établissement par une petite maisonnette enclavée au milieu de la propriété de l'État. Enfin un chemin appartenant à la commune nous séparait de la batterie, de la maisonnette et d'une autre dépendance du laboratoire.

» J'ai donné satisfaction à la ville de Roscoff, en lui concédant une descente en mer commode, et j'ai pris le chemin. J'ai acheté, en mon nom d'abord, la maisonnette qui était gênante, et alors le Ministère a concédé ce qui était nécessaire pour acquérir et aménager le tout. Je viens de faire une dernière visite aux travaux, qui seront assez tôt terminés pour que les travailleurs qui se rendent à Roscoff ne soient pas gênés dans leurs études.

» Sur la Batterie de la Croix, j'ai trouvé un sol tout préparé pour construire un réservoir d'eau destiné à entretenir l'aquarium. De gros mamelons de granite s'élevaient dans l'enceinte du petit fortin : je les ai utilisés pour élever sur eux, pris comme soubassement, un réservoir de 112^{mc}.

» Ceci obtenu, n'étant surtout plus gêné par la maisonnette, un moteur devenait indispensable, et la maison Weyher-Richemond, si empressée à seconder les hommes de Science, avec la direction si dévouée de son ingénieur, M. Liébaut, installe en ce moment une machine à vapeur de 7 chevaux, avec pompe rotative, en tout semblable à celle qu'elle a déjà montée à Banyuls, il y a un an.

» Certainement tout le monde comprendra que, pour arriver à obtenir pour Roscoff une installation semblable, la première condition était de prouver l'utilité de celle qui existait à Banyuls. La chose n'a pas été difficile, grâce au concours des amis de la Science.

» Je rapporte donc à tous ceux qui m'ont prêté leur concours dans la

création de Banyuls les nouveaux développements que vient de recevoir le laboratoire de Zoologie expérimentale de Roscoff.

» Ce sont les amis de la Science, l'Académie, les villes de Banyuls, Toulouse et le département des Pyrénées-Orientales, qui, me secondant, ont déterminé les progrès considérables du laboratoire Arago; et ce sont ces progrès, dus à l'initiative privée, qui ont démontré à l'Administration de l'Instruction publique que l'établissement des hautes études de Roscoff ne pouvait rester au-dessous de sa sœur puînée.

» Est-il besoin de dire que, dans les aménagements qui se terminent, tout a été prévu pour l'installation ultérieure de la lumière électrique, qui nous a placé dans des conditions d'observations si avantageuses lors de la venue de l'Association française à Banyuls (1887)?

» En plus d'une circonstance, j'ai montré combien les conditions qui entourent la station de Zoologie expérimentale de Roscoff sont heureusement groupées. Je les résumerai encore en quelques mots, aujourd'hui que l'établissement peut être considéré comme étant complètement terminé.

» Du premier et du second étage, occupés par les chambres à coucher, le travailleur admis descend à sa stalle ou table de travail, garnie de tout ce qui lui est nécessaire; de là il peut aller à l'aquarium, au vivier, à la grève, au parc réservé du laboratoire.

» L'aquarium, qui a 3 ares de superficie, est entouré de bacs à observation et occupé, dans son centre, par deux grands bassins avec jet d'eau où vivront, comme à Banyuls, des poissons et des animaux divers de grande taille. La grande cuve, où l'eau de mer est refoulée par la machine à vapeur, fournira l'eau nécessaire aux expériences, sous une pression de 5^m à 6^m.

» J'ai parcouru toutes les côtes de France : nulle part je n'ai rencontré, entre une ville et la mer, et entouré par une clôture, un vaste jardin, un aquarium à côté des salles de travail, une grève aussi admirablement riche, un parc réservé sur la grève, enfin des logements dans l'établissement, le tout disposé de façon à mettre le vrai travailleur absolument en dehors des conditions assujettissantes de la vie mondaine d'une ville de bains de mer. On peut le dire, on jouit au laboratoire de Roscoff de la liberté la plus grande et de l'indépendance la plus complète, car on peut, de sa chambre à coucher, descendre dans l'intérieur de l'enclos, dans les salles de travail, se délasser en se promenant dans un beau jardin ou aller à la mer pour fouiller la grève dans le costume simple et peu soigné du naturaliste pêcheur.

» Telles sont les conditions éminemment favorables au travail que les jeunes zoologistes de la Sorbonne et les savants trouvent réunies à Banyuls pendant l'hiver, à Roscoff pendant l'été. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques remarques relatives à la représentation de nombres irrationnels au moyen des fractions continues;* par **M. Hugo Gyldén.** (Extrait d'une Lettre adressée à M. Ch. Hermite.)

« Dans la Communication que j'ai eu l'honneur de vous adresser récemment [1] se trouvent deux expressions de la probabilité $\frac{1}{\nu}$; en les égalant, on obtiendra, après avoir désigné par

$$\beta_a = \frac{1}{1+\sqrt{2}} \frac{h_a}{H}$$

l'équation

$$\beta_a + 2\beta_{a+1} + 2\beta_{a+2} + \ldots = \frac{1}{a+\sigma},$$

et encore la suivante :

$$\beta_{a+1} + 2\beta_{a+2} + 2\beta_{a+3} + \ldots = \frac{1}{a+1+\sigma}.$$

En retranchant cette seconde expression de la première, on aura

$$\beta_a + \beta_{a+1} = \frac{1}{a+\sigma} - \frac{1}{a+1+\sigma} = \frac{1}{(a+\sigma)(a+1+\sigma)};$$

d'où l'on conclut, en posant $a+1$ au lieu de a, celle-ci :

$$\beta_{a+1} + \beta_{a+2} = \frac{1}{(a+1+\sigma)(a+2+\sigma)}.$$

» La différence des deux expressions que nous venons d'obtenir nous fournit la suivante :

$$\beta_a - \beta_{a+2} = \frac{1.2}{(a+\sigma)(a+1+\sigma)(a+2+\sigma)},$$

(1) *Comptes rendus*, séance du 4 juin 1888.

ce qui donne, au moyen d'opérations analogues aux précédentes,

$$\beta_a - \beta_{a+1} - (\beta_{a+2} - \beta_{a+3}) = \frac{1.2.3}{(a+\sigma)(a+1+\sigma)(a+2+\sigma)(a+3+\sigma)}.$$

De cette relation, on obtiendra immédiatement la série suivante :

$$\begin{aligned}\beta_a - \beta_{a+1} = &+ \frac{1.2.3}{(a+\sigma)(a+1+\sigma)(a+2+\sigma)(a+3+\sigma)} \\ &+ \frac{1.2.3}{(a+2+\sigma)(a+3+\sigma)(a+4+\sigma)(a+5+\sigma)} \\ &+ \ldots\ldots,\end{aligned}$$

dont la convergence est évidente.

» En introduisant dans les formules obtenues la valeur numérique de σ, on trouvera les résultats que voici :

$$\beta_2 + \beta_3 = 0,12132,$$
$$\beta_2 - \beta_3 = 0,03869,$$

d'où

$$\beta_2 = 0,08001,$$
$$\beta_3 = 0,04131;$$

puis

$$\begin{aligned}
\beta_3 + \beta_4 &= 0,06635, & \beta_4 &= 0,02504;\\
\beta_4 + \beta_5 &= 0,04186, & \beta_5 &= 0,01682;\\
\beta_5 + \beta_6 &= 0,02879, & \beta_6 &= 0,01197;\\
\beta_6 + \beta_7 &= 0,02103, & \beta_7 &= 0,00906;\\
\beta_7 + \beta_8 &= 0,01603, & \beta_8 &= 0,00697;\\
\beta_8 + \beta_9 &= 0,01263, & \beta_9 &= 0,00566;\\
\beta_9 + \beta_{10} &= 0,01020, & \beta_{10} &= 0,00454;\\
\beta_{10} + \beta_{11} &= 0,00841, & \beta_{11} &= 0,00387.
\end{aligned}$$

» Mais il me reste à chercher la valeur de β_2, qui n'est pas fournie par les formules précédentes. La raison en est que la valeur donnée précédemment de ϑ est sensiblement incompatible avec la supposition $a_{n+1} = 1$. Il est cependant très facile, en se servant de la relation

$$\beta_2 + \tfrac{1}{2}\beta_2 = \tfrac{1}{2}\beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \ldots = \frac{2}{2(2+\sigma)},$$

de remplir cette lacune.

» Le calcul, d'après la formule indiquée, nous donne

$$\beta_1 + \tfrac{1}{2}\beta_2 = 0,20735,$$

d'où l'on obtient, en considérant la valeur donnée précédemment de β_2,

$$\beta_2 = 0,16713.$$

» Les valeurs de β étant connues, on déduira aisément celles des nombres h_a correspondant à une valeur quelconque de la somme totale H. Dans le but de comparer la théorie précédente à l'expérience, on a développé plusieurs nombres irrationnels pris occasionnellement. Par tels procédés, on a obtenu 335 valeurs différentes des entiers a qui font la matière empirique de notre recherche. En partant de cette valeur de H, on obtient, en vertu de la formule

$$h_a = (1 + \sqrt{2})\beta_a \mathrm{H},$$

les valeurs suivantes des h_a, à côté desquelles on a mis celle qui a donné le dénombrement direct :

	h.	
a.	Théorie.	Expérience.
1	135,2	131
2	64,7	71
3	33,5	35
4	20,2	15
5	13,6	14
75	68,0	69
710	37,8	38
720	19,8	16
750	7,7	9
7100	4,0	3

» Quoique quelques écarts, du reste insignifiants, entre le calcul et le dénombrement, se montrent dans ce Tableau, la marche des nombres des deux séries est tellement uniforme que la théorie paraîtrait sensiblement d'accord avec l'expérience. L'hypothèse sur laquelle repose notre théorie doit donc être regardée comme l'expression, au moins approchée, d'un théorème d'Arithmétique, en y considérant des groupes de nombres irrationnels dont la nature de l'irrationnalité est entièrement arbitraire.

» Permettez-moi encore quelques mots relativement à la valeur moyenne des a. En désignant par A cette valeur, on aura par la nature de

notre question

$$A = \frac{1}{H} \Sigma a h_a.$$

» Mais cette valeur ne peut donner évidemment que des résultats très vagues, parce qu'on peut trouver parmi les H valeurs de a, H étant même un nombre peu considérable, une ou bien quelques-unes d'une grandeur extrême. Cependant on peut comparer les résultats obtenus au moyen de cette formule à la théorie.

» Dans ce but nous introduisons, au lieu de $\frac{h_a}{H}$, sa valeur probable, savoir

$$\frac{h_a}{H} = (1 + \sqrt{2})\,\beta_a.$$

» Il résulte de là

$$A = (1 + \sqrt{2})\,\Sigma a \beta_a,$$

où la sommation doit être étendue jusqu'au nombre ω qui résulte de l'équation

$$\tfrac{1}{2} h_\omega + h_{\omega+1} + h_{\omega+2} + \ldots = \tfrac{1}{2},$$

ou bien

$$\frac{(1 + \sqrt{2})\,H}{\omega + \sigma} = 1.$$

» En substituant pour β_α l'expression approchée

$$\beta_a = \frac{1}{2}\,\frac{1}{(a + \sigma)^2 - \frac{1}{2}},$$

dont l'origine est facile à reconnaître, on aura

$$A = \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \sum_{1}^{\omega} \frac{a}{(a + \sigma)^2 - \frac{1}{4}}.$$

» Il serait sans intérêt d'évaluer, pour une valeur donnée de ω, la valeur correspondante exacte de A ; on peut se contenter d'un résultat approché. Pour y arriver, on peut mettre

$$A = (1 + \sqrt{2})(\beta_1 + 2\beta_2 + 3\beta_3 + 4\beta_4) + \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \sum_{5}^{\omega} \frac{1}{a},$$

d'où l'on tire, après avoir effectué quelques réductions faciles,

$$A = \frac{1+\sqrt{2}}{2} \log\text{hyp} H + 0,6.$$

» En introduisant dans cette formule la valeur $H = 335$, on obtient

$$A = 7,3,$$

tandis que le calcul direct de la moyenne arithmétique des 335 valeurs de a nous fournit le résultat

$$A = 6,4.$$

» Ces deux résultats paraissant approchés l'un de l'autre, autant qu'on pourrait prétendre, on est amené à y voir une nouvelle preuve en faveur des principes dont découle notre théorie. Cette théorie nous fournit d'ailleurs un exemple très rare dans le Calcul des probabilités, c'est-à-dire elle porte à notre connaissance un cas où la moyenne arithmétique d'un nombre des valeurs données par expérience croît en proportion du logarithme népérien de ce nombre même, tandis que la valeur probable des données reste constamment égale à 2.

» Des résultats obtenus découle une thèse d'une grande importance pour juger de la convergence de certaines séries trigonométriques employées dans le calcul des perturbations, à savoir : *la probabilité de trouver une valeur de a hors d'une limite donnée est en raison inverse du nombre qui signifie cette limite.* »

CHIMIE. — *A quels degrés d'oxydation se trouvent le chrome et le manganèse dans leurs composés fluorescents?* Note de M. **Lecoq de Boisbaudran**.

« *Chaux et chrome.* — Le carbonate de chaux, additionné d'oxyde de chrome (ou de chromate d'ammoniaque) et fortement calciné à l'air, fournit une matière riche en chromate ([1]). Dans les premiers essais, on avait précipité simultanément $CaOCO^2$ et Cr^2O^3 par du carbonate d'ammoniaque; mais, afin de mieux éviter les impuretés accidentelles, on s'est

([1]) *Comptes rendus*, p. 1229, 2ᵉ note; 19 décembre 1887.

ensuite borné à verser sur le $CaOCO^2$ une solution chromifère étendue, à sécher et à calciner. Les résultats obtenus par ces deux procédés ne furent pas notablement différents : on eut toujours une assez belle fluorescence verte, plus ou moins colorée suivant la proportion de Cr^2O^3 ([1]). Cette fluorescence, étant sensible à l'action de la chaleur, n'est bien durable qu'à une certaine distance du centre d'action ; en face de l'électrode, le bleu violet apparaît bientôt et prend une teinte moins rose que dans le cas de $CaO + Fe$.

» Je n'ai pas vu de raies spectrales dans la lumière verte.

» On a fait des mélanges contenant de $\frac{1}{2}$ à 5 parties de Cr^2O^3 pour 100 de $CaOCO^2$.

» Avec $\frac{1}{200}$ de Cr^2O^3, la matière est d'un vert pâle après calcination à l'air, et presque absolument blanche après calcination dans l'hydrogène.

» Avec $\frac{2}{100}$ à $\frac{3}{100}$ de Cr^2O^3, matière d'un vert assez foncé par calcination à l'air, et d'un vert très pâle (presque blanche) par calcination dans l'hydrogène.

» Avec $\frac{5}{100}$ de Cr^2O^3, matière vert foncé à l'air, et vert pâle dans l'hydrogène.

» Les matières calcinées dans l'hydrogène ne donnent pas de fluorescence verte. On aperçoit la bande $CaO + Mn$ lorsque le $CaOCO^2$ n'est pas absolument exempt de manganèse.

» Je n'avais pas autrefois observé de fluorescence bien particulière avec la chaux chromifère ([2]). Peut-être, les matières, calcinées à cette époque sans précautions spéciales, avaient-elles été soumises à l'action réductrice de la flamme du chalumeau? Peut-être aussi, la calcination n'avait pas été assez énergique? l'observation s'était faite dans un vide trop avancé? ou la matière avait été chauffée par le passage prolongé du flux électrique?

» Ainsi le chrome produit avec la chaux une fluorescence qui ne paraît point être analogue à celles qu'il donne avec l'alumine, la galline ou la magnésie.

» Je me suis demandé si des traces de cuivre n'étaient pas la cause de la lumière verte $CaO + Cr$, et j'ai fait les expériences suivantes, qui s'ac-

---

([1]) La fluorescence $CaO + Cr$ est un peu moins jaune que celle de $CaO + Fe$ et sa teinte ne diffère pas sensiblement de celle de $CaO + Cu$.

([2]) *Comptes rendus*, p. 1107 ; 6 décembre 1886.

cordent, toutefois, à ne pas faire attribuer cette lumière verte à la présence du cuivre dans le composé chromé employé :

» 1° Du carbonate de chaux chromifère fut dissous dans HCl; on traita par H^2S la solution très étendue et on l'abandonna au repos. Une partie du liquide fut siphonnée et précipitée par du carbonate d'ammoniaque redistillé avec soin. L'eau utilisée pour les lavages avait été de même traitée par H^2S et siphonnée après repos. Le précipité, fortement calciné à l'air dans un creuset de porcelaine, donne la fluorescence verte.

» 2° Du $CaOCO^2$ fut placé dans un creuset de porcelaine en même temps qu'un petit cristal de bichromate d'ammoniaque réputé pur. On ajouta deux gouttes d'eau, on sécha et l'on calcina. La matière fluoresce en vert. Par comparaison avec le même $CaOCO^2$, calciné seul après addition de deux gouttes d'eau, on constate l'influence considérable du chrome.

» Dans une quantité de bichromate d'ammoniaque 300 à 400 fois plus considérable que celle qui servait à un essai de fluorescence, on chercha le cuivre par l'hydrogène sulfuré, mais on n'obtint aucun indice de sa présence.

» 3° Une certaine quantité du même bichromate d'ammoniaque fut dissoute dans de l'eau acidifiée par $AzHO^3$, on traita par H^2S et on laissa reposer après filtration. D'autre part, de l'eau, acidifiée par $AzHO^3$ (mais non chromifère), fut semblablement traitée par H^2S. On fit alors des essais comparatifs en arrosant le $CaOCO^2$ avec l'une ou l'autre de ces liqueurs (reposées et soigneusement siphonnées), séchant et calcinant. L'influence considérable du chrome se constate aisément (¹). En opérant ainsi, on obtient de jolies fluorescences avec $\frac{1}{50}$ à $\frac{1}{130}$ de Cr^2O^3 dans le $CaOCO^2$.

» La fluorescence verte $CaO + Cr$ est trop intense pour pouvoir être, avec quelque vraisemblance, attribuée à la présence accidentelle du fer; j'ai cependant cherché ce métal dans le bichromate d'ammoniaque et je n'en ai pas trouvé trace.

» Le plomb étant très répandu dans les produits chimiques, j'ai essayé son action sur la chaux. Après calcination à l'air, $CaOCO^2 + PbO$ (²)

(¹) On a notamment opéré avec un carbonate de chaux donnant, après calcination, un premier éclat blanc bleu et non pas blanc vert. L'addition du Cr^2O^3 faisait apparaître la fluorescence verte.

(²) Le PbO employé était réputé pur, mais je n'ai pas vérifié s'il méritait bien ce titre.

donne une fluorescence jaune clair, fort différente par conséquent des fluorescences $CaO + Fe$ et $CaO + Cr$.

» J'ai dit que la matière verte, résultant de la forte calcination de $CaOCO^2 + Cr^2O^3$ (ou de $CaOCO^2 +$ bichromate de AzH^3), est riche en acide chromique : elle abandonne du moins beaucoup de cet acide quand on la dissout dans $AzHO^3$ étendu; mais la liqueur contient aussi du sesquioxyde de chrome. En partant de $CaOCO^2$, additionné de $\frac{3}{100}$ à $\frac{4}{100}$ de Cr^2O^3 et calciné à l'air jusqu'à formation d'une fritte assez compacte, j'ai trouvé le rapport entre le chrome du Cr^2O^3 et le chrome du CrO^3 à très peu près égal à $\frac{1}{2}$: soit, $Cr^2O^3 + 4CrO^3$ (ou Cr^6O^{15}) pour le degré d'oxydation moyen du chrome (¹) dans le composé vert foncé, lequel ne paraît guère être assimilable à un simple mélange de chromate et de chromite de chaux, car le chromate de chaux est d'un jaune clair (²) et la chaux chromifère, calcinée dans l'hydrogène, est à peine verdâtre.

» J'espère avoir prochainement l'honneur de présenter à l'Académie la suite de cette étude. »

CHIMIE. — *Sur une propriété du charbon ressemblant à celle de l'éponge de platine*. Note de M. **G.-A. Hirn**.

« Je ne sais si le fait suivant a déjà été remarqué. Comme je ne l'ai vu indiqué dans aucun des Ouvrages de Chimie ou de Physique de ma bibliothèque, et qu'il est intéressant en lui-même, je crois devoir le mentionner dans nos *Comptes rendus*.

» J'avais soufflé la flamme d'une lampe à alcool et j'avais mis le couvercle de cristal sur la mèche; au bout de quelques instants, jetant par hasard le regard sur cette lampe, je remarquai avec étonnement qu'il restait un point de la mèche en pleine ignition. Ma curiosité fut aussitôt éveillée; j'enlevai le couvercle, pour mieux voir ce qui se passait.

» La mèche de cette lampe était faite de gros fils de coton tressés; elle était charbonnée par place et encrassée par de la résine charbonnée

---

(¹) Ainsi qu'on le verra dans une Communication ultérieure, cela ne précise pas le degré d'oxydation du chrome dans la substance fluorescente elle-même.

(²) Le chromate neutre de chaux, jaune clair, étant fortement calciné à l'air, se transforme en une masse d'un vert très foncé, mais il peut conserver sa couleur jaune après avoir été porté au rouge sombre.

aussi. C'est l'un de ces points charbonnés qui, sur une étendue d'à peine 1^{mmq}, était incandescent. Un courant d'air très léger augmentait la lumière; un courant trop fort la diminuait. La vapeur d'éther sulfurique ne modifiait pas cette combustion lente. Une chaleur très sensible se dégageait de la mèche, ainsi qu'une odeur à la fois acidule et aromatique. Cet état d'ignition dura neuf heures complètes.

» Il est évident que, dans ce phénomène, ce n'était pas le charbon qui brûlait, car la mèche eût été rapidement consumée en cette place. La partie charbonnée se comportait exactement comme une spirale de fil ou une éponge de platine portée au rouge et tenue au-dessus de la mèche d'une lampe à alcool (Berzélius, *Traité de Chimie*, t. VI, p. 452; traduction d'Essling; 1832). C'est la vapeur d'alcool qui éprouvait une combustion particulière, sans flamme, mais donnant pourtant assez de chaleur pour rendre le charbon fortement lumineux.

» Les conditions dans lesquelles peut se produire le phénomène précédent ne doivent pas être souvent remplies; j'ai éteint cette lampe ou d'autres pareilles des milliers de fois, sans l'avoir remarqué. »

MM. **Duchartre** et **Bornet**, sur la demande de M. Marey, sont priés de s'adjoindre à la Commission chargée de juger le concours du prix de Physiologie expérimentale.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** prie l'Académie de choisir deux de ses Membres qui seront adjoints à deux Membres de l'Académie des Beaux-Arts, pour examiner, avant la réception, le buste de *Boussingault*, dont le modèle vient d'être terminé par M. Dalou.

MM. Peligot et Schlœsing sont désignés par l'Académie pour procéder à cet examen.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un Traité d'Hygiène sociale de M. *Jules Rochard*. (Présenté par M. Larrey.)

2° Une brochure de M. *Paul Choffat*, ayant pour titre : « Description de la faune jurassique du Portugal. Mollusques lamellibranches ». (Présentée par M. Gaudry.)

3° Un Ouvrage intitulé : « Viaduc de Garabit sur la Trueyre » ; par *Léon Boyer*, avec une Notice nécrologique sur l'auteur par *Léon Lévy*. (Présenté par M. Maurice Lévy.)

M. **Faye** présente à l'Académie les dessins de la planète Mars, que M. le Directeur de l'observatoire de Nice a annoncés dans ses Communications précédentes.

D'après une décision de M. le Secrétaire perpétuel, ces dessins paraîtront dans les *Comptes rendus* d'une séance prochaine, avec les Notes qui s'y rapportent.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les substitutions orthogonales et les divisions régulières de l'espace*. Note de M. **E. Goursat**, présentée par M. Darboux.

« A toute substitution orthogonale à quatre variables et, d'une manière générale, à toute substitution linéaire qui reproduit identiquement une forme quadratique homogène à quatre variables, dont le discriminant est différent de zéro, on peut faire correspondre une substitution linéaire définie par un des deux systèmes de formules

$$\text{(A)} \qquad \eta' = \frac{a\eta + b}{c\eta + d}, \qquad \xi' = \frac{l\xi + m}{p\xi + q},$$

$$\text{(B)} \qquad \eta' = \frac{a\xi + b}{c\xi + d}; \qquad \xi' = \frac{l\eta + m}{p\eta + q}.$$

(Voir *Bulletin de la Société mathématique*, t. XI, p. 150; Klein, *Vorlesungen über das Ikosaeder*, p. 179.) La recherche des groupes d'ordre fini de substitutions linéaires orthogonales à quatre variables se trouve ainsi ramenée à la recherche des groupes d'ordre fini composés de substitutions de la forme (A) ou de la forme (B). Soit d'abord H un groupe d'ordre fini composé de substitutions de la forme (A) : il est clair que les substitutions $\eta' = \frac{a\eta + b}{c\eta + d}$ doivent appartenir à un groupe d'ordre fini G, et de même les substitutions $\xi' = \frac{l\xi + m}{p\xi + q}$ doivent former un groupe d'ordre fini G_1. Réciproque-

ment; étant donnés deux groupes d'ordre fini G et G_1 de substitutions linéaires à une seule variable, si l'on associe de toutes les manières possibles une substitution de G et une substitution de G_1, il est clair qu'on obtient un groupe H d'ordre fini. Mais on n'obtient pas ainsi *tous* les groupes de cette nature. Pour obtenir effectivement tous ces groupes, on doit appliquer la règle suivante : *Étant donnés deux groupes quelconques d'ordre fini* G *et* G_1, *on prend un troisième groupe* G_2 *isomorphe à la fois à* G *et à* G_1 *et l'on associe les substitutions de* G *et de* G_1 *auxquelles correspond une même substitution de* G_2.

» Une fois qu'on aura formé tous les groupes H d'ordre fini, les groupes d'ordre fini K qui contiennent à la fois des substitutions de la forme (A) et de la forme (B) s'obtiendront en combinant les groupes H avec une substitution de la forme

$$\eta' = \xi, \qquad \xi' = \frac{l\eta + m}{p\eta + q} = \psi(\eta);$$

pour qu'un groupe H, combiné avec la substitution précédente, donne naissance à un groupe d'ordre fini K, il faut et il suffit que, s'il contient la substitution

$$\eta' = f(\eta), \qquad \xi' = \varphi(\xi),$$

il contienne aussi la substitution

$$\eta' = \varphi[\psi(\eta)], \qquad \xi' = \psi[f(\xi)].$$

Soient maintenant x, y, z les coordonnées rectangulaires d'un point de l'espace; posons

$$(1) \qquad \begin{cases} u_1 = \dfrac{x^2+y^2+z^2-1}{x^2+y^2+z^2+1}, & u_2 = \dfrac{2x}{x^2+y^2+z^2+1}, \\ u_3 = \dfrac{2y}{x^2+y^2+z^2+1}, & u_4 = \dfrac{2z}{x^2+y^2+z^2+1}; \end{cases}$$

u_1, u_2, u_3, u_4 vérifient la relation

$$(2) \qquad u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + u_4^2 = 1,$$

et inversement quatre quantités liées par la relation précédente déterminent un point de l'espace et un seul, dont les coordonnées rectangulaires sont données par les formules

$$(3) \qquad x = \frac{u_2}{1-u_1}, \qquad y = \frac{u_3}{1-u_1}, \qquad z = \frac{u_4}{1-u_1}.$$

» Cela posé, toute substitution orthogonale effectuée sur les u_i définit un mode de transformation des points de l'espace, et cette transformation conserve les angles, car le carré de l'élément linéaire a pour expression

$$(4) \qquad ds^2 = \frac{du_1^2 + du_2^2 + du_3^2 + du_4^2}{(1 - u_1)^2}.$$

» Il est, du reste, aisé de prouver qu'une pareille transformation est équivalente à un certain nombre d'inversions. On voit donc qu'à tout groupe d'ordre fini de substitutions orthogonales à quatre variables on peut rattacher une division régulière de l'espace en un nombre *fini* de régions $R_0, R_1, \ldots, R_i, \ldots, R_{k-1}$, telles que la région R_i se déduit de la région R_0 par une suite d'inversions.

» Parmi les divisions de l'espace ainsi obtenues, il y a lieu de considérer tout particulièrement celles où les régions sont des tétraèdres à faces planes ou sphériques, deux tétraèdres qui ont une face commune étant symétriques par rapport à cette face; tous ces tétraèdres se déduisent alors de l'un d'eux en prenant le symétrique du premier par rapport à une de ses faces, puis le symétrique du nouveau tétraèdre, et ainsi de suite indéfiniment. On obtient de pareilles divisions de l'espace en prenant les plans de symétrie d'une double pyramide ou d'un polyèdre régulier et une sphère orthogonale; ou encore, en prenant m sphères passant par un cercle C et se coupant sous des angles égaux à $\frac{\pi}{m}$ avec n plans passant par l'axe du cercle C et faisant entre eux des angles égaux à $\frac{\pi}{n}$. En dehors de ces solutions, qu'il est facile d'apercevoir, il n'existe que cinq divisions de l'espace répondant à la question; les tétraèdres sont respectivement au nombre de 120, 192, 384, 1152, 14400, et les sphères auxquelles appartiennent les faces sont respectivement au nombre de 10, 12, 16, 24, 60.

» Les divisions précédentes de l'espace peuvent être rattachées aux figures régulières de l'espace à quatre dimensions; on retrouve ainsi très simplement les six figures régulières découvertes par M. Stringham. Mais on peut aller plus loin et, en suivant la méthode de Poinsot, on démontre l'existence, dans l'espace à quatre dimensions, de figures régulières analogues aux polyèdres réguliers étoilés de l'espace à trois dimensions.

» Ces résultats, que je ne puis qu'indiquer ici, sont complètement développés dans un Mémoire qui sera publié prochainement. »

ALGÈBRE. — *Sur la relation qui existe entre p fonctions entières de p — 1 variables*. Note de M. R. PERRIN, présentée par M. Halphen.

« Soient u, v, w, ... p fonctions entières quelconques de $p-1$ variables (non homogènes) $x, y, z, \ldots$; R leur résultant. Désignons par $u_1, v_1, w_1, \ldots$ ce qu'elles deviennent pour $x = x_1$, $y = y_1$, $z = z_1$, ... Les équations $u - u_1 = 0$, $v - v_1 = 0$, $w - w_1 = 0$, ... admettent le système de solutions communes $(x_1, y_1, z_1, \ldots)$; leur résultant R_1 est donc nul. Mais, pour déduire R_1 de R, il suffit de remplacer dans R les termes tout connus a, b, c, ... de u, v, w, ..., respectivement par $a - u_1$, $b - v_1$, $c - w_1$, ... On a donc, en développant R_1 par la formule de Taylor et l'égalant à zéro,

$$0 = R - \left(u_1 \frac{dR}{da} + v_1 \frac{dR}{db} + w_1 \frac{dR}{dc} + \ldots\right) + \frac{1}{2!}\left(u_1^2 \frac{d^2R}{da^2} + \ldots\right) - \ldots.$$

» D'ailleurs $x_1, y_1, z_1, \ldots$ sont des valeurs *entièrement arbitraires* de x, y, z, ...; rien n'empêche donc de supprimer l'indice et d'écrire simplement

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} R = {} & R_{100\ldots}u + R_{010\ldots}v + R_{001\ldots}w + \ldots \\ & - \frac{1}{2!}(R_{200\ldots}u^2 + R_{020\ldots}v^2 + \ldots + 2R_{110\ldots}uv + \ldots) \\ & + \frac{1}{3!}(R_{300\ldots}u^3 + \ldots + 3R_{210}u^2v + \ldots + 6R_{111\ldots}uvw + \ldots) \\ & - \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}\right.$$

en désignant par $R_{qrs\ldots}$, pour plus de brièveté, la dérivée partielle

$$\frac{d^{q+r+s+\ldots}R}{da^q\, db^r\, dc^s \ldots}.$$

» Si m, n, p, ... sont les degrés respectifs de u, v, w, ... par rapport à l'ensemble des variables, on sait que R est de poids $\mu = mnp\ldots$, et de degrés $\frac{\mu}{m}, \frac{\mu}{n}, \frac{\mu}{p}, \ldots$ par rapport aux coefficients de u, v, w, ... respectivement; on en conclut sans peine que la relation (1) est de degrés $\frac{\mu}{m}, \frac{\mu}{n}, \frac{\mu}{p}, \ldots$ par rapport à u, v, w, ... respectivement, et de degré μ par rapport à x, y, z, ... ensemble.

» Cette relation (1) n'est autre évidemment que celle sur l'existence de laquelle est fondée la méthode d'élimination de Bézout, seulement, mise sous une forme spéciale et remarquable, en ce que les variables n'y entrent plus que par l'intermédiaire des fonctions données elles-mêmes. *Il est donc toujours possible* (malgré l'insuffisance apparente du nombre des arbitraires disponibles pour l'identification) *de donner aux polynômes multiplicateurs de Bézout la forme de fonctions entières des fonctions données elles-mêmes* (*et cela de différentes manières*). Quand on ne s'astreint pas à leur donner cette forme particulière, la relation (1) montre entre quelles limites ils deviennent indéterminés. Ainsi, pour le cas de deux fonctions données u, v, à une variable, ils ont pour expression générale

$$U = R_{10} - \frac{1}{2!} R_{20} u + \frac{1}{3!} R_{03} u^2 - \ldots \pm \frac{1}{n!} R_{n0} u^{n-1} + v U_1,$$

$$V = R_{01} - \frac{1}{2!} R_{02} v + \frac{1}{3!} R_{30} v^2 - \ldots \pm \frac{1}{m!} R_{0m} v^{m-1} + u V_1,$$

U_1 et V_1 étant deux nouveaux polynômes de degré $mn - m - n$, assujettis seulement à vérifier la condition

$$U_1 + V_1 = - R_{11} + \frac{1}{3!}(3 R_{21} u + 3 R_{12} v) - \frac{1}{4!}(4 R_{30} u^2 + 6 R_{21} uv + \ldots)\ldots,$$

et dont l'un est par conséquent tout à fait arbitraire. Si l'on choisit par exemple U_1 de manière à abaisser U au degré $n - 1$, ce qui est toujours possible, Uu se trouvera abaissé au degré $m + n - 1$, Vv aussi à cause de (1); ce qui conduit directement à la méthode d'élimination d'Euler.

» La relation (1) se réduisant à une identité pure quand on y remplace u, v, ... et les R par leurs expressions complètes, il est permis de la différentier de toutes les manières possibles par rapport aux variables. On obtient ainsi de nouvelles relations, qui peuvent s'écrire abréviativement

$$\frac{d^{q+r+s\ldots} R}{dx^q\, dy^r\, dz^s \ldots} = 0,$$

en considérant R comme la fonction de x, y, z, ... définie par la relation (1). On vérifie aisément que ces relations, y compris (1), sont au nombre de $\frac{\mu + p - 1!}{\mu!\, p - 1!}$, savoir une de degré μ, $p - 1$ de degré $\mu - 1$, et en général $\frac{\mu + p - r - 2}{\mu - r!\, p - 2!}$ de degré r. Si, dans ces relations, on fait

$$u = v = w = \ldots = 0,$$

ce qui revient à y remplacer $\frac{d^{q+r+\dots}R}{du^q\,dv^r\dots}$ par $(-1)^{q+r+\dots}R_{qr\dots}$, on obtient des relations entre les valeurs particulières que prennent les dérivées partielles de $u, v, \dots$, lorsqu'on y donne à $x, y, \dots$ les valeurs qui constituent une solution commune du système $(u, v, w, \dots)$. Voici, par exemple, les quatre premières de ces relations particulières pour le cas de deux fonctions u, v, ayant un ou plusieurs facteurs communs :

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned}
&R_{10}u' + R_{01}v' = 0,\\
&R_{10}u'' + R_{01}v'' = R_{20}u'^2 + 2R_{11}u'v' + R_{02}v'^2,\\
&R_{10}u''' + R_{01}v''' = 3[R_{20}u''u' + R_{11}(u''v' + v''u') + R_{02}v''v']\\
&\qquad - (R_{30}u'^3 + 3R_{21}u'^2v' + 3R_{12}u'v' + R_{03}v'^3),\\
&R_{10}u^{\text{IV}} + R_{01}v^{\text{IV}} = 4[R_{20}u'''u' + R_{11}(u'''v' + v'''u') + R_{02}v'''v']\\
&\qquad + 3(R_{20}u''^2 + 2R_{11}u''v'' + R_{02}v''^2)\\
&\qquad - 6[R_{30}u''u'^2 + R_{21}u'(u'v'' + 2v'u'')\\
&\qquad\qquad + R_{12}v'(v'u'' + 2u'v'') + R_{03}v''v'^2]\\
&\qquad + (R_{40}u'^4 + 4R_{31}u'^3v' + 6R_{22}u'^2v'^2 + 4R_{13}u'v'^3 + R_{04}v'^4).
\end{aligned}\right.$$

» Par l'emploi combiné des relations telles que (1) et (2), il devient possible de préciser les conditions d'existence des divers genres de solutions multiples d'un système $(u, v, w, \dots)$: ce sera l'objet d'une prochaine Communication. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème de Kummer.* Note de M. E. Cesaro.

« Je demande à l'Académie la permission de faire remarquer que M. Jensen, dans sa réponse du 28 mai, se défend d'inexactitudes dont je ne l'ai point accusé. Dans ma Communication du 16 avril, je n'ai mis en doute que la *nouveauté* du théorème, et je maintiens que la proposition dont il s'agit ne diffère pas *substantiellement* du théorème de Kummer, modifié et complété par Dini en 1867. Si M. Jensen veut bien consulter le Mémoire de Dini, il y trouvera l'énoncé de son théorème, avec la supposition de l'existence des nombres

$$\lambda = \lim a_n u_n, \qquad \mu = \lim\left(a_n \frac{u_n}{u_{n+1}} - a_{n+1}\right).$$

pour n infini. Mais il faut remarquer que l'énoncé de M. Jensen *implique l'existence de* λ, et que la démonstration habituelle du théorème de Kummer *ne suppose pas l'existence de* μ. Cette hypothèse est introduite, pour ainsi dire, après coup, afin de mettre le théorème sous la forme la plus utile pour les applications usuelles. M. Jensen me refuse le droit d'admettre l'existence des deux nombres dont il s'agit; mais, en relisant plus attentivement ma Communication, l'honorable géomètre s'apercevra que j'ai simplement voulu prouver que, *si* λ *et* μ *existent, et que* λ *ne soit pas nul,* μ *est nul.* Du reste, je n'ai pas besoin d'admettre l'existence de μ pour affirmer qu'*il existe, pour toute forme de* a_n, *une infinité de séries, dont on ne peut constater la divergence au moyen du théorème de M. Jensen, alors que cette divergence résulte immédiatement de l'existence d'une limite positive pour* $a_n u_n$. Les séries dont il s'agit sont celles pour lesquelles $a_n u_n$ tend vers $\lambda > 0$ *en décroissant* ou *en oscillant.* En effet, le théorème en question est applicable seulement dans le cas où la fonction $a_n \frac{u_n}{u_{n+1}} - a_{n+1}$ finit par devenir constamment *négative* ou constamment *supérieure à un nombre positif* k. Dans le premier cas la fonction $a_n u_n$ tend vers $\lambda > 0$ *en croissant.* Dans le second cas, elle tend, en décroissant, vers la limite λ, *nécessairement nulle;* car, si cette limite était positive, il existerait, pour tout nombre positif k', inférieur à λ, une valeur de n, à partir de laquelle on aurait, pour toute valeur de p,

$$a_n u_n - a_{n+p} u_{n+p} > kk'\left(\frac{1}{a_{n+1}} + \frac{1}{a_{n+2}} + \ldots + \frac{1}{a_{n+p}}\right),$$

ce qui est impossible, à cause de la divergence de $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \ldots$.

» Cette remarque n'a évidemment pas pour but de montrer que le théorème de M. Jensen est *inutile*, mais seulement de faire voir que la règle basée sur l'examen de λ est, dans un grand nombre de cas, tout aussi importante que simple et efficace pour les constatations de divergence. Je prends un exemple, relatif au cas de $a_n = n$. Soit $\vartheta(n)$ la totalité des nombres premiers, non supérieurs à n. La série

$$\frac{1 + \vartheta(1)}{1} + \frac{2 - \vartheta(2)}{4} + \frac{3 - \vartheta(3)}{9} + \ldots$$

est divergente, car

$$\lim n u_n = 1 - \lim \frac{\vartheta(n)}{n} = 1.$$

» Pour se convaincre que le théorème de Duhamel est impuissant pour cette constatation, il suffit de remarquer que la différence

$$n\vartheta(n+1)-(n+1)\vartheta(n),$$

se réduisant à $n-\vartheta(n)>0$ ou à $-\vartheta(n)<0$, suivant que $n+1$ est *premier* ou *composé*, ne peut être constamment négative ou constamment positive. Je citerai, plus généralement, les séries de la forme

$$f(1)+\tfrac{1}{4}f(2)+\tfrac{1}{9}f(3)+\ldots,$$

où $f(n)$ représente la quotité des nombres entiers, non supérieurs à n, qui jouissent d'une propriété déterminée. Lorsque ces nombres ne sont pas *infiniment rares*, il est certain que la série est divergente, parce que nu_n admet une limite $\lambda>0$. Cependant le théorème de Duhamel ne servira à rien, à moins que la propriété considérée ne finisse par appartenir à *tous* les nombres entiers. L'expression $n\frac{u_n}{u_{n+1}}-(n+1)$ tend, en effet, vers $1-\frac{1}{\lambda}\leqq 0$ ou vers l'unité, suivant que n jouit ou non de la propriété en question. Je sais bien que M. Jensen trouvera toujours une infinité de formes de a_n lui permettant d'appliquer son théorème. Ainsi, pour les séries considérées en dernier lieu, il pourrait prendre

$$a_n=\frac{n^2}{2^{f(n)}}.$$

Mais je n'ai voulu parler ici, comme dans ma première Communication, que *de chaque règle spéciale* résultant du théorème de M. Jensen après la détermination de a_n. J'ajouterai que, pour donner à la règle générale une importance effective, il faudrait d'abord savoir indiquer une *construction de la fonction* a_n, indépendante de la série particulière dont il s'agit de reconnaître le caractère. Je ne crois pas qu'une telle construction soit possible. Quoi qu'il en soit, il est certain que le théorème de M. Jensen devient inapplicable lorsque $a_n u_n$ n'admet pas de limite déterminée. Cependant il suffit que cette fonction finisse par surpasser quelque nombre positif pour qu'il soit permis d'affirmer la divergence de

$$u_1+u_2+u_3+\ldots.$$

Il y a plus. Si les termes de la série divergente $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\ldots$ *tendent*

vers zéro en décroissant, et l'on trouve que $a_n u_n$, sans tendre vers une limite déterminée, *admet une valeur moyenne finie, autre que zéro,* on est autorisé à dire que la série $u_1 + u_2 + u_3 + \ldots$ ne converge pas. Ce théorème est applicable à une série quelconque, à signes entremêlés. »

ÉLECTRICITÉ. — *De l'électrolyse des solutions de potasse.* Note de MM. G. **Berson** et A. **Destrem**, présentée par M. Berthelot.

« I. Lorsqu'on soumet à l'électrolyse une solution aqueuse de potasse, en prenant pour électrodes des lames de platine, on constate toujours que le volume d'oxygène observé est inférieur à la moitié du volume d'hydrogène mesuré, quoique ce dernier soit lui-même inférieur au volume de l'hydrogène produit, en raison de son absorption par le platine. Ce défaut d'oxygène est dû probablement soit à une suroxydation de la potasse (nous avons constaté, en effet, dans le liquide qui baigne l'électrode positive, les réactions de l'eau oxygénée), soit à une oxydation des légères impuretés pouvant exister dans l'électrolyte. En employant des électrodes à la Wollaston, on atténue beaucoup cette différence, et le rapport du volume d'hydrogène et d'oxygène, qui, dans le cas de deux lames de platine, s'élevait jusqu'à 2,25, s'est réduit à 2,07 dans trois expériences consécutives.

» II. Lorsque l'électrode positive est formée d'une lame de cuivre, l'électrode négative restant un fil de platine soudé dans du verre et rasé, le phénomène présente une succession de phases curieuses. Prenons pour type d'expériences le cas d'une solution formée de poids égaux de potasse et d'eau, parcourue par un courant d'environ $\frac{6}{100}$ d'ampère. Dès que le circuit est fermé, l'hydrogène se dégage seul; la lame de cuivre commence à noircir à l'extrémité, en même temps que de la liqueur bleue cupropotassique tombe au fond du voltamètre; l'enduit noir d'oxyde se propage de proche en proche sur toute la lame. Ce n'est qu'au moment où celle-ci en est complètement recouverte que naissent instantanément des bulles gazeuses qui tapissent la surface d'une gaine donnant à l'œil l'impression d'un duvet, puis ensuite se dégagent régulièrement. A cet instant, la force contre-électromotrice de l'électrolyte s'accroît brusquement d'environ la moitié de sa valeur. Peu à peu l'enduit noir se dissout pour donner la liqueur bleue cupropotassique, de sorte que bientôt la lame est complètement décapée. A partir de ce moment, la lame de cuivre joue le rôle d'électrode *insoluble*, c'est-à-dire se comporte comme la lame de platine des expériences précédentes.

» Lorsque la lame est dans cet état et qu'on vient à ouvrir le circuit, les bulles d'oxygène qui prenaient naissance à sa surface continuent à se détacher pendant quelques instants. Si l'on ferme de nouveau le circuit avant que tout le gaz ait quitté la lame, l'électrolyse continue comme auparavant, la force électromotrice de polarisation seule ayant pris pour quelques instants une valeur plus faible. Mais, si l'on a tardé à refermer le circuit jusqu'à ce que le cuivre ait paru complètement dépourvu de gaz, la lame se met à noircir de nouveau et le phénomène repasse par les mêmes phases que nous venons de décrire. Il semble donc que l'insolubilité de l'électrode de cuivre soit liée à la présence de bulles gazeuses à la surface de cette électrode.

» III. Si l'on fait varier les conditions de l'expérience, on constate que l'allure générale de l'électrolyse dépend de la surface de la lame de cuivre, de l'intensité du courant et du degré de concentration de la liqueur.

» 1° Pour un même courant et une même liqueur, la lame est recouverte d'oxyde noir, et l'oxygène commence à se dégager au bout d'un temps proportionnel à la surface de la lame. Pour montrer aux yeux l'influence de la surface de la lame, il suffit d'installer sur le même circuit deux voltamètres ne différant qu'en ce que l'électrode positive est dans l'un une lame de cuivre de large surface et dans l'autre un fil de cuivre : l'oxygène se dégage presque immédiatement sur le fil, tandis qu'il n'apparaît sur la lame qu'après un temps d'autant plus long que sa surface est plus grande.

» 2° Pour une même liqueur et une même lame, le dégagement de l'oxygène a lieu d'autant plus vite et le poids de cuivre oxydé est d'autant moindre que le courant est plus intense, comme on peut en juger par le Tableau suivant :

Intensité du courant en unités arbitraires.	Durée.	Hydrogène dégagé avant le départ de l'oxygène.
	h m s	cc
23	1.10.45	16,6
41	12.0	5,8
60	6.30	3,9
65	1.15	1,0
72	45	»
73	35	»
291	temps inappréciable	»

» Ainsi, pour des courants forts, la première phase de l'expérience se

réduit à un temps très court. Pour des courants faibles, au contraire, c'est la deuxième phase qui tend à disparaître. Quand on emploie une pile de 2 éléments Daniell, l'électrolyse commence et la force électromotrice de polarisation prend bientôt une valeur d'environ $1^{volt},6$; ce n'est qu'au bout de sept heures que la lame est complètement noire; à ce moment, il se forme des bulles d'oxygène à la surface, mais la force électromotrice de polarisation s'élevant alors brusquement à la valeur $2^{volts},3$ fait équilibre à la force électromotrice de la pile, et il ne s'échappe aucun gaz de l'électrode positive : l'électrolyte se maintient indéfiniment dans cet état, tandis que de rares et fines bulles d'hydrogène continuent à se dégager en raison de la diffusion de l'oxygène dans le liquide.

» 3° Enfin le degré de concentration de la liqueur potassique modifie l'aspect du phénomène. Dans un électrolyte formé de poids égaux de potasse et d'eau, et dans des liqueurs plus concentrées, la lame de cuivre se recouvre, dès que le circuit est fermé, d'un enduit noir d'oxyde, en même temps qu'il se forme de la liqueur cupropotassique; quand l'oxygène se dégage, cet enduit noir se transforme peu à peu en liqueur bleue, jusqu'à décapage complet de la lame. A mesure que la concentration diminue, l'épaisseur de la couche d'oxyde est moindre et le dégagement gazeux se fait plus tôt à l'électrode positive; pour une liqueur décime, l'oxygène se montre presque immédiatement, il ne se produit pas d'enduit, mais quelques grains d'oxyde noir tombent au fond du voltamètre sans se dissoudre dans la potasse. La force électromotrice de polarisation varie aussi notablement avec la concentration de la liqueur, comme le montre le Tableau suivant, donnant les valeurs moyennes de la polarisation avant et après le départ de l'oxygène :

Poids d'eau pour 1000^{gr} de potasse anhydre.	Force électromotrice de l'électrolyte	
	avant le départ de O.	après le départ de O.
161707	»	2,45
26206	1,34	2,51
12967	1,56	2,53
6347,5	1,80	2,69
3038	1,72	2,565
1383	1,63	2,39
787	1,58	»

» On voit que ces forces électromotrices ne varient pas constamment dans le même sens que le degré de concentration de dissolution; elles pré-

sentent leur maximum pour une liqueur contenant un poids d'eau sextuple du poids de potasse anhydre.

» Dans une prochaine Note, nous exposerons les résultats obtenus avec des dissolutions diverses et des électrodes variées. Nous nous proposons aussi de déduire de nos mesures de forces électromotrices et de résistances les chaleurs de formation des composés résultant des actions secondaires. »

CHIMIE. — *Sur les chlorhydrates de trichlorure d'antimoine, de trichlorure de bismuth et de pentachlorure d'antimoine.* Note de M. ENGEL, présentée par M. Friedel.

« Il est presque d'usage aujourd'hui de citer comme connus les chlorhydrates de trichlorure d'antimoine et de bismuth. Pourtant, ni dans les Ouvrages ni dans les Mémoires des auteurs, on ne trouve d'analyses de ces composés.

» Dans l'Encyclopédie de M. Fremy, par exemple, on lit : « On connaît aussi le composé $SBCl^3 + 3HCl$? » et : « La solution chlorhydrique de chlorure de bismuth évaporée abandonne de fines aiguilles blanches, qui sont *probablement* le chlorhydrate de chlorure de bismuth $BiCl^3 + 3HCl$. » Les Dictionnaires de Wurtz et de Fehling ne sont pas plus affirmatifs et ne donnent pas davantage d'indications bibliographiques.

» M. Ditte, dans son intéressant Mémoire sur l'action de l'acide chlorhydrique sur les chlorures, cite aussi, parmi les chlorhydrates de chlorure, les composés $BiCl^3 + 3HCl$ et $SBCl^3 + 3HCl$ sans indications de source et sans dire s'il a lui-même obtenu ces composés. Les formules $BiCl^3 + 3HCl$ et $SBCl^3 + 3HCl$ sont pourtant bien improbables. Les chlorhydrates de chlorure assez nombreux que j'ai obtenus et ceux qui étaient déjà connus renferment en effet, sans exception, de l'eau de cristallisation.

» M. Berthelot [1] a d'ailleurs établi que le chlorhydrate de chlorure d'antimoine ne peut exister à l'état anhydre qu'en présence d'un grand excès d'acide chlorhydrique. Fondu à la plus basse température possible, le chlorure d'antimoine n'absorbe qu'environ $\frac{1}{20}$ d'équivalent d'acide chlorhydrique. D'après le même savant, le chlorure d'antimoine et l'acide

(1) *Annales de Chimie*, t. X, p. 133.

chlorhydrique ($HCl + 3,73$) H^2O se mêlent presque en toutes proportions. La solution, refroidie à quelques degrés au-dessous de zéro, se prend en une masse cristalline, d'apparence homogène, qui se liquéfie de nouveau à la température ordinaire.

» Ces derniers faits sont les seuls précis qui existent dans la Science. On ne sait absolument rien sur l'action qu'exerce l'acide chlorhydrique sur le pentachlorure d'antimoine.

» Il m'a donc paru utile de compléter l'étude que j'ai faite de l'action de l'acide chlorhydrique sur les chlorures par celle des combinaisons que forment, avec l'acide chlorhydrique, les trichlorures d'antimoine et de bismuth et le pentachlorure d'antimoine.

» I. *Chlorhydrate de trichlorure d'antimoine.* — On obtient ce composé en dirigeant, à la température ordinaire et jusqu'à refus, un courant d'acide chlorhydrique sec dans une solution saturée à 0° de chlorure d'antimoine. Par le refroidissement à 0° du liquide ainsi préparé, il se forme de beaux cristaux, qu'on essore rapidement pour les débarrasser de l'eau mère qui les baigne.

» Ces cristaux sont fusibles à 16° et le liquide qu'ils forment dégage des bulles d'acide chlorhydrique, déjà à la chaleur de la main.

» Ils ont pour composition $(SbCl^3)^2 + HCl + 2H^2O$.

	Trouvé.		
	I.	II.	Calculé.
Sb	45,81	45,9	46,08
Cl	46,3	46,2	46,93
H^2O et H (par différence)	7,8	7,9	6,98
	99,9		99,99

» La quantité d'acide chlorhydrique trouvée est un peu faible; celle de l'eau un peu forte. Cela tient à l'extrême déliquescence du composé et à la facilité avec laquelle il perd un peu d'acide chlorhydrique. La solubilité de ce chlorhydrate de chlorure est telle que c'est à peine si l'analyse peut déceler une différence entre la composition des cristaux et celle des eaux mères au sein desquelles ils ont pris naissance. C'est pour ce motif qu'il est essentiel, lorsqu'on veut préparer ce composé, d'opérer sur une solution de chlorure d'antimoine assez riche en eau pour éviter la prise en masse sous l'influence de l'acide chlorhydrique et pas trop riche pourtant, afin que les cristaux puissent se former. Une solution de chlorure d'antimoine préparée à la température ordinaire et refroidie à 0°, de manière à

déterminer le dépôt d'une certaine quantité de chlorure d'antimoine, répond à ces conditions. Sa densité est de 2,388.

» II. *Chlorhydrate de pentachlorure d'antimoine.* — Pour préparer ce corps, on ajoute goutte à goutte à du perchlorure d'antimoine la quantité d'eau nécessaire pour former l'hydrate $SbCl^5 + 4H^2O$. J'ai mis plus de douze heures pour ajouter l'eau nécessaire à 200gr de pentachlorure d'antimoine. Aussitôt que les cristaux d'hydrate commencent à se former, on fait passer un courant d'acide chlorhydrique et l'on continue à ajouter de l'eau jusqu'à ce que les cristaux se soient redissous. Le liquide ainsi saturé de pentachlorure d'antimoine et d'acide chlorhydrique donne, lorsqu'on le refroidit à 0°, une masse de beaux cristaux, faciles à essorer, stables à la température ordinaire et ayant pour composition $SbCl^5 + 5HCl + 10H^2O$. L'analyse donne un léger excès d'eau, ce qui tient sans doute à la difficulté qu'il y a à obtenir un corps absolument sec. La formule $SbCl^5 + 5HCl + 11H^2O$ concorderait mieux avec les données de l'analyse; mais elle est peu probable.

	Trouvé.			Calculé.
	I.	II.	III.	
Sb................	17,8	18,0	»	18,43
Cl................	53,0	52,5	52,8	53,6
H et H^2O. par diff...	29,2	29,5	»	27,9
				99,9

» III. *Chlorhydrate de chlorure de bismuth.* — Une solution saturée à 20° de chlorure de bismuth et d'acide chlorhydrique, et refroidie à 0°, dépose de beaux cristaux, stables à la température ordinaire, du composé $(BiCl^3)^2 + HCl + 3H^2O$.

	Trouvé.		Calculé.
	I.	II.	
Bi..............	57,7	57,6	58,05
Cl..............	34,1	34,3	34,3
H et H^2O par diff..	8,1	8,0	7,6
	99,9	99,9	99,9

» En résumé, il existe un chlorhydrate de trichlorure d'antimoine, un chlorhydrate de pentachlorure d'antimoine et un chlorhydrate de trichlorure de bismuth. Ces sels sont nettement définis, facilement isolables. Ils renferment tous trois de l'eau de cristallisation, comme tous les autres chlorhydrates de chlorure qui ont pu être préparés. On remarquera encore

que dans ces composés, comme dans tous les autres chlorhydrates de chlorure, il y a au minimum deux molécules d'eau pour chaque molécule d'acide chlorhydrique fixé par le chlorure. »

MINÉRALOGIE. — *Sur la reproduction de la phénacite et de l'émeraude.* Note de MM. **P. Hautefeuille** et **A. Perrey**, présentée par M. Daubrée.

« L'action minéralisatrice des vanadates, tungstates et molybdates alcalins a été mise en lumière par l'un de nous en 1877. Tous ces sels sont capables de céder, à haute température, de l'alcali à la silice et de provoquer ainsi la dissolution apparente des matières silicatées. Chacun de ces sels possède cependant des aptitudes propres qui tiennent à la nature de sa base aussi bien qu'à la nature de son acide. Aussi, en utilisant à tour de rôle l'action minéralisatrice des sels de potasse, de soude, de lithine, avons-nous pu faire entrer la glucine dans des combinaisons silicatées appartenant à des types très variés.

» Un intérêt spécial s'attache à deux de ces combinaisons, et nous allons faire connaître les conditions dans lesquelles nous les avons obtenues et les caractères qui établissent leur identité avec la phénacite et l'émeraude naturelles.

» I. On obtient la phénacite en employant comme agent minéralisateur le vanadate alcalin de lithine. On mélange intimement :

Silice	4,800 gr
Glucine	1,500
Vanadate neutre de lithine	20,000
Carbonate de lithine	1,500

» L'addition d'un excès de lithine a pour but de favoriser la cristallisation en provoquant la formation d'un feldspath lithique; les cristaux de phénacite se développent aux dépens de celui-ci, au lieu de se former directement aux dépens de la matière amorphe. On chauffe le mélange dans un creuset de platine, au moufle, entre 600° et 700°, pendant une quinzaine de jours. Dans la masse cristallisée, on trouve un enchevêtrement de cristaux de phénacite, de quartz, de tridymite et de feldspath lithique. Un traitement par l'eau, puis par l'acide fluorhydrique étendu et froid, suffit pour isoler complètement la phénacite.

» Lorsque l'action de la chaleur sur le mélange a été assez prolongée

pour achever la décomposition du feldspath lithique, la totalité de la glucine employée se retrouve dans la phénacite obtenue.

» Les cristaux de phénacite artificielle sont rhomboédriques. L'angle du rhomboèdre, que les stries nombreuses des surfaces empêchent de mesurer avec précision, a été trouvé compris entre 116°25′ et 116°45′, l'angle de la phénacite naturelle étant de 116°36′.

» Formés à une température voisine de 600°, les cristaux ont pour forme dominante le rhomboèdre primitif et portent de très petites facettes répondant aux symboles b^1, d^1, e^2, quelquefois au symbole d^2. Des cristaux qui ont été obtenus à une température voisine de 1000° avaient pour forme dominante le prisme d^1, terminé par le pointement rhomboédrique p.

» Les cristaux rhomboédriques ou prismatiques sont uniaxes et positifs; les lames taillées perpendiculairement à l'axe principal donnent des anneaux réguliers dans la lumière polarisée convergente.

» Une trace d'oxyde de vanadium communique à nos cristaux une coloration verdâtre, d'intensité variable. Ces cristaux sont infusibles, inattaquables par les acides; ils ne résistent cependant pas à chaud à l'action prolongée d'un mélange d'acides sulfurique et fluorhydrique concentrés.

» L'analyse a donné, pour la composition de la phénacite artificielle :

	Trouvé.	Calculé.
Silice	54,5	54,3
Glucine	45,6	45,7
	100,1	100,0

» II. On obtient l'émeraude en employant comme agent minéralisateur le molybdate acide de lithine. On mélange intimement :

	gr
Silice	12,506
Alumine	3,580
Glucine	2,640

» L'échantillon que nous faisons passer sous les yeux de l'Académie a été coloré par l'addition de 0gr,600 d'oxyde de chrome, dont la plus grande partie d'ailleurs est restée dans la gangue.

» Le mélange, placé au fond d'un creuset de platine, est recouvert de 92gr de molybdate acide de lithine (contenant 2éq,25 d'acide pour 1 équivalent de lithine).

» On chauffe le tout dans le moufle au rouge très sombre, strictement nécessaire à la fusion du molybdate; au bout de vingt-quatre heures, on

élève progressivement la température jusque vers 800°, et on la maintient constante pendant quinze jours. A une température plus élevée, il y aurait dédoublement de l'émeraude et production de phénacite.

» Dans la première phase de l'opération, au rouge très sombre, il se forme une combinaison lithique cristallisée en octaèdres, dans laquelle l'acide molybdique entre comme partie constituante. A la température de 800°, l'émeraude apparaît en cristaux isolés qui prennent naissance et se nourrissent aux dépens des cristaux octaédriques; en favorisant au début le développement de ceux-ci, on évite l'inclusion de matière amorphe dans les cristaux d'émeraude. Quand le composé lithique a disparu, les cristaux d'émeraude les plus volumineux continuent à grossir aux dépens des plus petits : ce qui le démontre, c'est que l'on obtient des cristaux de nouvelle formation en chauffant l'émeraude pierreuse de Limoges avec le molybdate acide de lithine.

» Par la simple lévigation, la masse fondue se désagrège et l'émeraude est dégagée en cristaux presque tous isolés, quelques-uns seulement restant cimentés par un composé feldspathique dont on achève de les débarrasser dans l'acide fluorhydrique étendu. Le poids d'émeraude obtenu est de 80 pour 100 du poids des éléments introduits dans le creuset, soit 15^{gr} dans l'opération que nous venons de décrire.

» La forme dominante des cristaux est le prisme hexagonal *mp*; la hauteur du prisme est, en général, double du diamètre de la base. Le prisme, uniaxe, à compensation négative, porte souvent les facettes h^1, quelquefois des facettes sur les arêtes *b* et sur les angles *a*; l'hémimorphie s'observe souvent. D'ailleurs, les cristaux présentent des modifications de formes intéressantes; nous nous réservons d'en faire une étude détaillée, étude qui ne saurait être séparée de celle des modifications que la méthode synthétique permet d'introduire dans la composition du minéral.

» L'analyse d'un échantillon d'émeraude artificielle nous a donné les résultats suivants :

	Trouvé.	Calculé.
Silice....................	67,7	66,8
Alumine..................	19,6	19,1
Glucine..................	13,4	14,1
	100,7	100,0

» Nos chiffres sont plus rapprochés des chiffres calculés que ceux donnés pour la composition de la plupart des émeraudes naturelles.

» La densité des cristaux analysés était 2,67. Ces cristaux étaient incolores.

» Nous avons facilement obtenu des cristaux colorés en jaune verdâtre par l'oxyde de fer, en vert par l'oxyde de chrome. »

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les alcaloïdes, principes immédiats de l'urine humaine.* Note de M. **L.-L.-W. Thudichum**. (Extrait.)

« J'ai l'honneur de communiquer à l'Académie les résultats de recherches que j'ai faites il y a longtemps, et que j'ai confirmées récemment par de nouvelles expériences. Les développements les plus importants s'appuient sur des études publiées par un célèbre chimiste français, Louis Proust, en 1801 et en 1820.

» L'urine étant acidifiée avec 5 pour 100 d'acide sulfurique hydraté, préalablement dilué avec deux fois son volume d'eau, en sorte que 100^{vol} d'urine donnent 115^{vol} de mélange, les alcaloïdes sont précipités par une dissolution concentrée d'acide phosphomolybdique ou d'acide phosphotungstique. Ces acides étaient purs et cristallisés. Le précipité bien lavé est décomposé par un mélange de baryte hydraté et de carbonate de baryum, à l'aide d'une chaleur douce, sans jamais laisser au liquide un excès de l'hydrate alcalin. La solution filtrée, colorée en jaune rouge foncé, contient tous les alcaloïdes dont il est ici question.

» *Urochrome, matière colorante normale de l'urine.* — Quand on ajoute à cette solution colorée une solution diluée de sesquichlorure de fer, il se produit un précipité volumineux qui contient la matière colorante combinée à l'oxyde de fer. Il faut chauffer le mélange, le filtrer pendant qu'il est chaud et laver le précipité aussi rapidement que possible. L'urochrome peut être isolée de ce précipité par des procédés différents, et traitée avec l'acide sulfurique, ou bien le précipité ferrique peut être traité par l'acide sulfurique directement; dans l'un et l'autre cas, on obtient les principaux produits découverts par Proust en 1801.

» Ces produits forment un précipité floconneux, coloré en rouge violet foncé, qu'il faut débarrasser de toute trace d'acide sulfurique et sécher à l'air. Au moyen de l'éther, on extrait ensuite *une résine rouge, mélange d'omicholine et d'acide omicholique,* matières dont la présence n'a pas été reconnue par Proust. La partie insoluble dans l'éther est un mélange de *la matière résineuse rouge,* soluble dans l'alcool absolu, et de *la matière noire*

particulière, toutes deux décrites pour la première fois par Proust. J'ai appelé la résine rouge *uropittine,* et la matière noire *uromélanine.*

» L'*omicholine* est un corps résineux, rouge, insoluble dans l'ammoniaque, soluble dans l'éther et dans l'alcool. Elle présente au spectroscope une bande d'absorption entre D et E; elle a une fluorescence verte très belle, et sa composition peut être exprimée approximativement par la formule $C^{24}H^{38}AzO^{5}$.

» L'*acide omicholique* est également rouge et résineux, soluble dans l'éther et dans l'alcool, et possède la même fluorescence verte; lui aussi montre au spectroscope une bande d'absorption entre D et E, mais plus étroite que celle de l'omicholine. Il est soluble dans l'ammoniaque et précipité par les acides, et sa composition élémentaire peut être exprimée approximativement par la formule $C^{5}H^{22}AzO^{4}$.

» L'*uropittine* n'a pas été isolée à l'état de pureté, parce qu'elle est toujours mêlée avec l'une ou l'autre de ses modifications, nommées *méta-uropittine* et *urorubine,* et altérée partiellement par l'oxygène de l'air. Sa solution alcoolique est rouge et présente au spectroscope une bande d'absorption sur F. Elle contient au moins 11 pour 100 d'azote.

» L'*uromélanine* est insoluble dans l'alcool et l'éther, soluble dans les alcalis en solution dans l'eau, même à faible dose, et précipitée par les acides. L'uromélanine, dont la composition répond à la formule

$$C^{36}H^{43}Az^{7}O^{10},$$

fournit beaucoup de combinaisons avec les métaux : l'argent, le baryum, le calcium, le plomb, le zinc. J'ai préparé cinq fois le sel d'argent neutre $C^{36}H^{40}AgAz^{7}O^{9}$, et je l'ai analysé treize fois. Il y a des sels basiques et acides. L'uromélanine est bien stable et j'en ai préparé, comme Proust, quelques centaines de grammes à l'état pur. L'urine d'un jour d'un adulte en donne de $0^{gr},3$ à $0^{gr},5$.

» Ni l'urochrome, ni aucun de ses produits de décomposition ne cristallisent. L'urochrome est un alcaloïde, auquel on ne peut assigner aucune origine particulière dans l'économie humaine; en particulier, ses produits de décomposition ne montrent aucune relation avec les corps colorants du sang ou de la bile. On pourrait comparer les propriétés de l'uromélanine à celles de l'*hématine privée de son fer,* mais la formule $C^{36}H^{43}Az^{7}O^{10}$ de l'uromélanine ne pourrait pas être dérivée de la formule $C^{32}H^{32}FeAz^{4}O^{6}$, qui exprime le mieux les résultats des analyses de l'*hématine* la plus pure.

» La comparaison de l'urochrome et de ses produits de décomposition,

avec les *matières colorantes de la bile,* fournit un contraste encore beaucoup plus grand. J'ai prouvé que la formule moléculaire de la *bilirubine* cristallisée est $C^9H^9AzO^2$; celle de *la biliverdine,* $C^8H^9AzO^2$, celle de la *bilifuscine,* $C^9H^{11}AzO^3$. Il serait impossible d'en dériver ni l'urochrome ni aucun de ses produits.

» *Urothéobromine.* — Quand on a séparé par filtration le précipité de l'urochrome ferrique du mélange d'alcaloïdes et qu'on laisse se refroidir le liquide filtré, il laisse déposer un précipité volumineux d'un alcaloïde qui s'obtient pur et cristallisé par la recristallisation dans l'eau et dans l'alcool. Cette base est un isomère de la *théobromine,* mais en diffère bien nettement par ses propriétés.

» L'urothéobromine donne une combinaison avec l'oxyde de cuivre contenu dans l'acétate, dont elle déplace l'acide acétique quand le mélange est porté à l'ébullition; la théobromine ne donne pas ce précipité. L'urothéobromine peut être sublimée sans changement; elle ne donne pas de composé cristallisé avec le nitrate d'argent, comme celui qui distingue la théobromine du cacao.

» *Créatinine.* — Le troisième alcaloïde de l'urine est la *créatinine,* qu'on peut isoler par divers procédés, en particulier par la précipitation avec le bichlorure de mercure. Après sa séparation d'avec la créatinine, la solution contient au moins *trois alcaloïdes* de plus, dont le plus remarquable est la *réducine.*

» *Réducine.* — On l'isole par l'insolubilité de sa combinaison avec la baryte dans l'alcool absolu. Sa composition peut être exprimée par la formule $C^{12}H^{24}BaAz^6O^9$, si elle se comporte comme acide bibasique, ou par $C^6H^{11}Az^3O^4$. Elle a un pouvoir réducteur considérable; elle réduit les sels de cuivre, d'argent, de mercure et de fer, en rendant cupreux les sels cupriques, mercureux les sels mercuriques, ferreux les sels ferriques; elle précipite le métal des sels d'argent. Ces réductions s'effectuent dans des solutions acides ou neutres.

» *Pararéducine.* — Cette base est obtenue combinée avec l'oxyde de zinc sous la forme d'un composé ayant la formule $C^6H^9Az^3O, ZnO$ ou $C^6H^9ZnAz^3O^2$. On voit aisément qu'il y a ici quelque relation avec la réducine.

» Le *sixième alcaloïde* a été nommé *aromine,* mais n'a pas encore été isolé dans un état de pureté parfaite. Elle dégage en brûlant une odeur aromatique semblable à celle de la tyrosine en combustion.

» Dans mes recherches, j'ai fréquemment fait usage d'un réactif pré-

cieux : c'est la base de M. Millon, appelée *mercuramine*. Elle extrait les acides d'un mélange quelconque, en y laissant intacts les corps alcaloïdes ou neutres. »

PHYSIOLOGIE. — *Nouvelles expériences physiologiques sur le rôle du soufre chez les Sulfuraires*. Note de M. **Louis Olivier**, présentée par M. Janssen.

« Dans une récente Communication ([1]), j'ai cherché sous quelle forme le soufre des Sulfuraires ([2]) disparaît de leurs cellules. J'ai essayé de montrer qu'il est converti par elles en $CAzS(AzH^4)$ et H^2S.

» Le premier de ces deux corps représente un isomère de l'urée dont l'oxygène a été remplacé par du soufre. Quant aux gaz H^2S et CO^2 produits dans les mêmes conditions, voici de nouvelles expériences pour en éclairer l'origine :

» I. L'emploi des anesthésiques m'a déjà amené à conclure que le soufre intracellulaire arrive à former H^2S sans passer par l'état de sulfate. En raison des conséquences que ce fait entraîne pour la Physiologie, je me suis appliqué à en perfectionner la démonstration. On peut l'établir *par voie de dosage :*

» 1. On lave de beaux filaments de *Leptothrix* chargés de S et on les immerge, à l'intérieur d'un matras, dans de l'eau distillée récemment bouillie; on fait le vide dans le matras et on le remplit d'hydrogène, en ayant soin de le purger de toute trace d'oxygène. On s'assure de cette absence complète de l'oxygène par la méthode de M. Schützenberger; puis on scelle le ballon. Une douzaine de jours après, on dose le volume de H^2S qu'il renferme et l'on calcule la quantité d'oxygène qui eût été nécessaire pour former SO^3 avec le soufre de cet H^2S. En expérimentant sur des matras de 250^{cc}, j'ai trouvé ainsi qu'il eût fallu plus de 40^{cc} d'oxygène en chacun d'eux. Il n'y a donc pas eu formation de sulfate.

» II. On démontre aussi la possibilité d'une production de H^2S aux dépens du soufre intracellulaire, et sans formation intermédiaire de sulfate, en immergeant les filaments de la barégine dans une solution de

---

([1]) *Comptes rendus*, 18 juin 1888.

([2]) Sous ce nom, dépourvu de sens taxonomique, on désigne communément certains organismes *propres aux eaux sulfureuses*, *Leptothrix* de la barégine filamenteuse, *Bacillus zoogléens* de la glairine, etc. Il convient d'y joindre les *Beggiatoa* d'eau douce, qui présentent la même organisation que les *Leptothrix* de la barégine et renferment aussi des grains de soufre dans leur protoplasme.

$BaCl^2$. On est sûr alors que, s'il se forme SO^3, libre ou combiné, cet acide sera précipité par la baryte et, dans cet état d'insolubilité, incapable d'être réduit.

» 2. De la barégine fraîche, bien lavée, est plongée dans une solution aqueuse de ($BaCl^2 + 2H^2O$) à 10 pour 100 et même à 20 pour 100, en plusieurs ballons remplis au tiers. Au bouchon de chacun d'eux est suspendu, à l'intérieur du goulot, un papier à acétate de plomb imbibé d'eau distillée. On chasse l'air des ballons et on le remplace par de l'hydrogène. Dès le lendemain ou le surlendemain, le papier réactif commence à noircir. La barégine immergée noircit aussi, et pendant quelques jours encore CO^2 et H^2S continuent de se dégager.

» III. C'est donc bien le soufre intracellulaire qui, à la suite d'une réaction inconnue, mais sans passer, en dehors de l'organisme, par le terme sulfate, se transforme en H^2S, et c'est la décomposition de H^2S, au contact de l'air et de l'eau, qui provoque la précipitation du soufre métalloïdique dans le liquide. Il arrive aussi qu'au contact de l'air et de l'eau H^2S donne un peu d'acide sulfurique; le phénomène s'observe dans les ballons à air, mais n'a pas lieu dans les ballons à hydrogène.

» 3. On lave, à l'eau distillée, de gros filaments chargés de soufre, de *Leptothrix* d'Ax, de façon à les débarrasser des sulfates qui les entourent. On les répartit ensuite dans les gouttes d'eau distillée de plusieurs *cellules de culture*. Dans quelques-unes on introduit un peu d'éther. Après quelque temps, on constate que les gouttes d'eau des deux ordres de cellules donnent avec $BaCl^2$ un précipité blanc très net. Au contraire, les gouttes de toute une série de cellules, préparées de la même manière, mais scellées et continuellement traversées par un courant d'hydrogène et de vapeurs de chloroforme, se montrent, au bout du même temps, absolument exemptes de sulfate. *Cette absence de sulfate se remarque même après que tous les* Leptothrix *de la goutte d'eau ont perdu la totalité de leur soufre intracellulaire.* C'est que, dans cette dernière expérience, H^2S ne peut être oxydé; il se produit dans une atmosphère d'hydrogène et, à mesure qu'il se forme, il est enlevé par $CHCl^3$ qui, en présence de l'eau, se combine avec lui [1].

» Ainsi, pendant la vie, la formation de SO^3, loin de précéder celle de H^2S, lui est, au contraire, consécutive.

» IV. Après la mort des éléments figurés de la glairine et de la barégine, le soufre intracellulaire peut être oxydé.

» 4. Si l'on tue par la chaleur les filaments de la barégine et qu'on les conserve

---

[1] Cette réaction de $CHCl^3$, H^2O et H^2S, bien étudiée par M. de Forcrand (*Ann. de Chimie et de Physique*, 1882), est des plus nettes. On l'observe parfaitement au microscope et plus facilement encore à l'œil nu.

ensuite en pipettes scellées à l'abri de l'air, le soufre subsiste dans leurs cellules pendant longtemps. Il disparaît, au contraire, quand cette même barégine morte est étendue, avec un peu d'eau, en couche mince et sur une grande surface, au contact direct de l'air dans des matras stérilisés. La disparition du soufre est alors plus lente que dans le cas des éléments vivants, et s'effectue avec production d'acide sulfurique. C'est là un phénomène d'ordre purement chimique, semblable à celui qu'on observe dans les conditions suivantes.

» 5. On prend du soufre en canon et on le pulvérise. On délaye la poussière avec de l'eau distillée dans un cristallisoir. Dans ce mélange, où l'on constate l'absence complète de sulfates, on immerge des feuilles de papier Berzélius, de façon à y incorporer des grains de soufre. Des feuilles du même papier sont plongées, pour constituer un témoin, dans l'eau distillée d'un autre cristallisoir. Dès le lendemain, l'eau du premier récipient se montre riche en sulfate. Trois jours après, elle en contient une grande quantité, tandis que le second n'en renferme pas.

» Cette expérience montre bien la nature de la réaction, qui peut éliminer le soufre des cellules mortes. Cette réaction diffère absolument de celle qui, pendant la vie, s'accompagne d'un dégagement de CO^2 et H^2S.

» V. J'ai cherché à déterminer le rapport des volumes de CO^2 et H^2S produits par la glairine et la barégine vivantes. Dans l'hydrogène, ces deux volumes paraissent sensiblement égaux. Au contact de l'air il y a moins de H^2S, ce qui s'explique par l'oxydation de ce gaz et sa décomposition partielle.

» La formation simultanée de volumes égaux de CO^2 et H^2S m'a conduit à supposer que les organismes à soufre, consommant à la fois S et O, aux dépens des sulfates alcalins, produisent, au lieu de CO^2, COS. Ce dernier gaz, se combinant à l'eau pour former volumes égaux de CO^2 et H^2S, semble difficile à isoler. M. Thann, qui l'a découvert en 1867, en a signalé la présence dans deux sources sulfureuses de Hongrie, celles d'Arkany et de Parad ([1]). Je me propose de le rechercher dans toutes les eaux sulfureuses, car il est possible que jusqu'alors il y ait été dosé sous forme de CO^2 et H^2S.

» Quoi qu'il advienne de cette hypothèse, les expériences précédentes, jointes à celles où j'ai obtenu le sulfocyanate d'ammoniaque, me paraissent établir la fonction comburante du soufre et la substitution, au moins partielle, de cet élément à l'oxygène dans les cellules où il existe à l'état métalloïdique. Peut-être est-il permis de penser que tous les corps qui

([1]) Thann, *Annalen der Chemie und Pharmacie*, suppl., t. V, p. 236.

se remplacent dans les combinaisons de la Chimie peuvent aussi se substituer les uns aux autres dans l'incessante métamorphose de la vie (¹). »

PHYSIOLOGIE. — *Sur les mouvements de rotation provoqués par la lésion des ganglions sus-œsophagiens chez les escargots.* Note de M. **Louis Petit**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« Depuis que Pourfour du Petit a montré que des lésions unilatérales de l'encéphale provoquent chez les Mammifères des mouvements de rotation, plusieurs physiologistes ont répété ses expériences, non seulement chez les Mammifères, mais encore chez les Oiseaux, les Batraciens et les Poissons. D'autres, descendant encore dans l'échelle animale, ont constaté, Yersin chez le Grillon, Faivre chez le Dytisque, Vulpian chez l'Écrevisse, que la lésion d'un des ganglions sus-œsophagiens produit également chez ces animaux des mouvements de rotation.

» Les Mollusques ayant été jusqu'à présent laissés de côté, j'ai pensé qu'il serait intéressant de faire quelques expériences sur eux et j'ai pris comme sujet d'étude l'Escargot (*Helix aspersa*).

» Après avoir lié l'animal à la partie postérieure du cou, de façon à le maintenir hors de sa coquille, je pratique dans la peau une petite incision qui me permet de découvrir les ganglions sus-œsophagiens; je pratique alors sur eux l'opération que je désire, puis je délie l'animal qui se rétracte. Si l'opération est bien faite, l'escargot est complètement rentré dans sa coquille le lendemain ou le surlendemain; il sécrète un épiphragme, et trois semaines ou un mois après l'opération sa blessure est cicatrisée. Il peut alors sans inconvénient sortir de sa coquille et ramper. Voici maintenant le résultat de mes observations, commencées depuis trois ans.

» *Ablation du ganglion gauche sus-œsophagien.* — Le 26 juin 1885, j'enlève le ganglion sus-œsophagien gauche d'un Escargot. L'animal rampe le 29 juillet suivant : le tentacule droit est normal, il a 18^{mm}; le gauche est en partie rétracté, il n'a que 6^{mm}; la progression n'est pas rectiligne, l'animal décrit des spirales en tournant de droite à gauche, c'est-à-dire en sens inverse des aiguilles d'une montre; la rotation a lieu du côté sain vers

(¹) Travail fait au laboratoire de M. Pasteur.

le côté lésé. La reptation est beaucoup plus lente que chez un animal sain. J'ai pu conserver cet animal jusqu'au mois d'avril 1886, c'est-à-dire pendant dix mois. Durant ce temps, il mangeait très bien; je l'ai fait ramper une quinzaine de fois, le sens de la rotation n'a pas varié.

» J'ai constaté chez d'autres escargots que l'ablation du ganglion sus-œsophagien gauche donne les mêmes résultats.

» *Ablation du ganglion droit sus-œsophagien.* — Inversement, l'ablation du ganglion droit occasionne chez les escargots un mouvement de rotation à droite, le tentacule droit est très rétracté, le gauche normal.

» *Section des connectifs cérébro-pédieux-viscéraux.* — Le 29 août 1885, j'opère sur un escargot la section des connectifs gauches; le 14 septembre suivant, cet animal parcourt en rampant un trajet composé de parties plus courbées, reliées entre elles par de petites boucles qu'il décrit en tournant à gauche. Dans les trajets qu'il a effectués plus tard, les boucles étaient moins nombreuses, et, le 26 janvier 1886, l'animal rampait presque normalement.

» Un autre escargot, auquel j'avais pratiqué la section des connectifs droits le 23 août 1887, mais que je n'ai fait ramper que le 30 avril 1888, décrit un trajet sinueux, mais sans boucle.

» *Section de la commissure des ganglions sus-œsophagiens.* — Dans ce cas, les deux tentacules supérieurs sont égaux et conservent leur longueur normale. Les deux ganglions étant alors indépendants l'un de l'autre, il semble que l'escargot doit aller tantôt à droite, tantôt à gauche; c'est, en effet, ce que j'ai observé une fois : l'animal marchait en zigzag. Mais d'ordinaire les animaux qui ont subi cette section suivent des trajets analogues à ceux que l'on observe dans le cas précédent, c'est-à-dire composés de parties peu courbées, reliées entre elles par de petites boucles; ces boucles sont décrites tantôt à droite, tantôt à gauche, mais toujours dans le même sens, par le même animal.

» *Ablation des deux ganglions sus-œsophagiens.* — Je fais cette opération le 15 août 1885 sur un escargot. Le 15 septembre suivant, j'essaye de le faire sortir en versant quelques gouttes d'eau dans sa coquille; ce procédé me réussit d'ordinaire. Mais, après avoir montré une partie de son corps, l'animal rentre. Je le laisse tranquille jusqu'au 18 mai 1886; ce jour-là, je le sollicite de nouveau de sortir; il fait quelques tentatives, mais ne tarde pas à rentrer dans sa coquille et à refaire un épiphragme.

» *Ablation des ganglions pédieux-viscéraux.* — A la suite de cette abla-

tion, l'animal, paralysé, ne peut plus rentrer dans sa coquille, le sang s'écoule par l'incision qu'on a pratiquée dans la robe ventrale et la mort survient très rapidement.

» En résumé, nous voyons que l'ablation ou la lésion d'un ganglion sus-œsophagien produit chez l'escargot un *mouvement de manège* du côté sain vers le côté lésé.

» Chez les limaces, la destruction d'un ganglion sus-œsophagien produit immédiatement une courbure du corps du côté opposé, la tête rejoint le pied, l'animal a la forme d'un anneau. S'il se meut dans cette position, il tourne du ganglion lésé vers le ganglion intact : c'est l'inverse de ce qui a lieu chez l'escargot. Cette différence tient probablement à ce que les escargots et les limaces n'ont pas été observés dans les mêmes conditions : les uns étant examinés plus d'un mois après l'opération, les autres immédiatement après. C'est une supposition que je me propose de vérifier. »

EMBRYOLOGIE. — *Sur la formation des feuillets blastodermiques et du cœlome chez un Oligochœte limicole* (Enchytræoides Marioni nov. sp.). Note de M. **Louis Roule**, présentée par M. A. Milne-Edwards.

« Le vitellus nutritif, bien qu'assez abondant, est répandu dans l'œuf d'une manière uniforme, de sorte qu'après la fécondation l'ovule se segmente en deux blastomères presque égaux ; les rapports de dimensions de ces blastomères varient cependant quelque peu d'un ovule à l'autre. La segmentation continue ensuite d'une manière fort irrégulière, sans que le vitellus évolutif se sépare jamais du vitellus nutritif pour évoluer à part d'une façon plus rapide, et a pour effet de transformer l'ovule en une morula dans laquelle les cellules périphériques prennent de bonne heure un aspect différent de celui offert par les cellules centrales. Les premières, qui constituent l'ectoblaste, deviennent peu à peu cubiques, puis rectangulaires, tandis que les secondes conservent la forme polyédrique des blastomères primitifs. L'amas de ces cellules centrales est le méso-endoblaste ; les éléments tout à fait centraux donneront en effet naissance à l'endoblaste, tandis que les éléments compris entre l'ectoblaste et l'endoblaste produiront le mésoblaste. Toutes ces cellules sont tassées les unes contre les autres, et il n'existe pas de blastocœle bien net.

» Lorsque la morula a pris tout son développement, une cavité, irrégulière d'abord, se creuse en son centre : c'est là le premier indice de la cavité

digestive ; les cellules qui entourent immédiatement cette cavité deviennent cylindriques et représentent l'endoblaste, qui évoluera pour former l'endoderme. A mesure que la cavité digestive s'agrandit, des vides apparaissent dans la masse des éléments mésoblastiques. Ces vides se fusionnent les uns avec les autres, et cette fusion a pour effet de délimiter une cavité entourant le tube digestif et divisant le mésoblaste en deux couches : une première couche interne, constituée par une simple rangée de cellules, qui reste appliquée contre l'endoblaste, représente ainsi le mésoblaste viscéral, et donnera naissance à la couche chloragogène ; une deuxième couche externe, doublant l'ectoblaste en dedans, formée par plusieurs rangées de cellules, représentant le mésoblaste pariétal, et qui produira la musculature de la paroi du corps. Cette cavité mésoblastique deviendra le cœlome ; je ne l'ai jamais vue communiquer avec la cavité digestive.

» La cavité cœlomatique est d'abord unique; les vides primitifs qui la forment par leur réunion n'ont aucune régularité et sont du reste en petit nombre. A mesure que l'embryon évolue, cette cavité s'agrandit; les cellules les plus internes du mésoblaste pariétal prolifèrent, quelques-unes deviennent libres dans la cavité et produisent les éléments figurés du cœlome ; d'autres, restant accolées par places, s'avancent vers le mésoblaste viscéral pour se souder à lui et former les cloisons qui séparent les segments. Quant aux cellules du mésoblaste pariétal qui restent accolées à l'ectoblaste, elles s'allongent pour la plupart, sécrètent de la substance contractile qui s'accumule autour du protoplasma entourant le noyau, et deviennent entièrement des fibres musculaires lisses.

» Deux faits sont à retenir dans ce développement :

» 1° L'absence d'initiales mésoblastiques. La segmentation a, en effet, pour objet de produire une masse de blastomères aux dépens desquels se différencie l'endoblaste au centre, et le mésoblaste à la périphérie.

» 2° L'origine mésenchymateuse des fibres musculaires. Les cellules du mésoblaste pariétal ne sont point disposées en une couche épithéliale définie, et elles se transforment entièrement en fibres musculaires par le même procédé que chez les Mollusques.

» Ces deux faits, qui me paraissent provenir de l'abondance du vitellus nutritif dans l'œuf, sont à rapprocher de l'existence d'initiales mésoblastiques chez la plupart des Annélides chétopodes, et de l'origine épithéliale du tissu musculaire de l'adulte chez les Archiannélides. Ils montrent que la plus ou moins grande quantité du vitellus nutritif reflue sur le mode

d'apparition des feuillets blastodermiques et des tissus, et que, par suite, on ne doit pas se baser sur l'évolution histogénétique seule pour asseoir les relations embryogéniques des animaux. »

ZOOLOGIE. — *Sur l'organisation de la* Valvata piscinalis. Note de M. F. Garnault, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Dans des recherches entreprises plus spécialement en vue d'étudier la constitution des organes génitaux et le développement des produits sexuels chez la *Valvata piscinalis*, j'ai été conduit à faire, sur ce curieux animal, quelques observations qui me semblent présenter quelque intérêt. Les faits qui se rapportent à l'ovogénèse et la spermatogénèse chez ce Mollusque, qui est bien hermaphrodite, comme l'a découvert Moquin-Tandon, seront publiés ultérieurement. La structure complexe des conduits génitaux ne saurait être décrite fructueusement en l'absence de figures explicatives. Ils diffèrent considérablement de ceux des autres Mollusques androgynes, et la description de Moquin-Tandon, qui n'avait pu en faire des coupes, est très défectueuse.

» Le rein est constitué par un long boyau logé entre le rectum à droite, le péricarde et l'estomac à gauche. En haut, le tube rénal est simple, mais bientôt une cloison, qui ne s'étend pas tout à fait jusqu'à l'extrémité inférieure, le divise en deux tubes secondaires. Le tube droit communique avec le péricarde par un très large canal passant entre le tube rénal gauche et la paroi dorsale de la cavité palléale. L'épithélium de ce canal présente des cils très longs et très puissants tournés vers le rein. Le canal excréteur du rein part de l'extrémité inférieure de l'organe et s'ouvre au fond de la cavité palléale. M. Wolff, dans sa Communication succincte (*Zoologischer Anzeiger*, juin 1887), n'indique aucun de ces détails.

» Je crois pouvoir affirmer qu'ici, comme chez le Cyclostome, il peut y avoir une ou plusieurs rangées de cellules sur les lamelles transversales saillantes dans la cavité du rein.

» Il n'y a dans le rein de la Valvée qu'une seule espèce de cellules. Ce sont des cellules ciliées renfermant de nombreux granules jaunâtres très petits. Lorsqu'elles sont près de tomber, leur protoplasma présente de fines vacuoles. Elles constituent par leurs débris, au milieu de la cavité rénale, une sorte de mucus, au sein duquel on retrouve très nettement, sur les coupes traitées par le violet de gentiane, leurs noyaux peu modi-

fiés. M. Bela Haller et moi avons déjà admis que, lorsque dans le rein il y a deux sortes de cellules, vésiculeuses et granuleuses, les unes et les autres sont glandulaires. M. Remy Perrier n'accepte pas cette manière de voir. Nous trouvons cependant chez la Valvée, où les cellules granuleuses existent seules, la preuve qu'elles peuvent contribuer à la sécrétion rénale.

» Quant au mécanisme de la sécrétion chez les cellules vésiculeuses, indiqué par M. R. Perrier, il faut remarquer que, si, dans certains cas, les sécrétions se produisent par une desquamation épithéliale, tandis que, dans d'autres, il y a expulsion par un corps cellulaire de produits élaborés dans son intérieur, il est entre ces deux procédés extrêmes des formes intermédiaires. Les cellules glandulaires persistantes finissent, probablement après un temps plus ou moins long, par être expulsées ou résorbées. Les phénomènes de la sécrétion urinaire, chez les Mollusques, pourraient se produire, dans certains cas, par la chute de cellules granuleuses que l'on rencontre seules (Valvée), ou bien, en même temps, par la chute de cellules granuleuses et l'expulsion de vésicules claires renfermant des concrétions (Cyclostome, Littorine, Dolium, etc.). M. Perrier croit que ces vésicules sont expulsées par des cellules qui restent en place et conservent la faculté de régénérer de nouvelles vésicules. L'observation directe sur la lame de ces éléments délicats ne suffit pas, à mon avis, pour résoudre la question. L'état d'atrophie extrême dans lequel se trouve le protoplasma des cellules vésiculeuses ne permet guère de supposer qu'elles soient capables, après l'expulsion de leur contenu, de fonctionner à nouveau. On peut expliquer, par la même raison, l'absence de protoplasme et de noyau autour des vésicules tombées dans la cavité rénale. Cependant, j'ai pu en constater des traces chez le Cyclostome, sur de nouvelles préparations bien colorées. On peut donc admettre que les restes de la cellule vésiculeuse sont entraînés ou résorbés sur place.

» Je dois ajouter que, chez la Valvée comme chez le Cyclostome, la poche rénale est étroitement accolée au péricarde, et que, chez ces deux Mollusques, je n'ai vu aucune indication de la disposition anatomique décrite dans cette région par M. Perrier.

» L'épithélium péricardique n'est pas glandulaire, mais la paroi de l'oreillette présente des grappes de cellules à contenu homogène, qui absorbent fortement les réactifs colorants. Leur noyau réduit est placé à la périphérie. Ces groupes cellulaires correspondent assez bien à la description faite par M. Sabatier à propos du cœur de la Moule. Il attribue à ces cel-

lules une fonction sécrétrice. Cette opinion paraît ici très vraisemblable.

» Les observations que j'ai pu faire sur le système nerveux correspondent bien à celles qui ont été indiquées par M. Bouvier. Comme lui, je n'ai pu trouver le ganglion impair du système asymétrique. Le nerf issu du ganglion sus-intestinal, très volumineux, et qui se porte à la branchie, fournit à la partie du manteau située entre la branchie et la paroi du corps. L'abondance et le développement des cellules neuro-épithéliales dans cette région doivent la faire considérer comme représentant l'organe de Spengel dépourvu de limites précises.

» Le nerf issu du ganglion sous-intestinal, beaucoup moins volumineux, se perd rapidement dans la partie droite du collier palléal.

» L'innervation pas plus que la structure ne permettent de considérer le filament palléal comme une branchie ou une fausse branchie. Il faut probablement y voir, comme l'avait déjà indiqué Moquin-Tandon, l'homologue des filaments palléaux des jeunes Paludines. Le filament des Valvées présente en effet, avec ces organes transitoires, une grande analogie d'aspect, de structure et de position. »

M. **Darboux**, en présentant à l'Académie l'Ouvrage suivant : « Theorie der Transformationsgruppen. Erster Abschnitt : Unter Mitwirkung von Dr F. Engel, bearbeitet von Sophus Lie, Professor der Geometrie an der Universität Leipzig », s'exprime en ces termes :

« Les belles théories que M. Lie a fait connaître dans ses différents travaux, poursuivis sans interruption pendant dix-huit ans, sont maintenant constituées en corps de doctrine, et chacun pourra les étudier à loisir. Je ne crois pas me tromper en signalant l'important Ouvrage de M. Lie comme destiné à exercer une grande influence sur les progrès de différentes branches de la Science et, en particulier, sur le développement de la théorie des équations différentielles et aux dérivées partielles. Les travaux de M. Lie ont déjà reçu l'accueil le plus favorable dans notre pays; on ne saurait trop en recommander l'étude à tous nos géomètres. »

M. **Paul Gourret** adresse une Note ayant pour titre : « Le tertiaire moyen de Carry-le-Rouet ; ses relations avec l'Huveaune oligocène et miocène ».

M. A. Arnaudeau adresse un Mémoire sur « l'emploi de la force des marées ».

A 4 heures trois quarts, l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 5 heures un quart. »

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 25 juin 1888.

Annales du Bureau central météorologique de France, publiées par E. Mascart; année 1884. — II. *Bulletin des observations françaises et Revue climatologique;* année 1886. — III. *Pluies en France.* Paris, Gauthier-Villars et Fils, 1888; 2 vol. gr. in-4°.

Viaduc de Garabit sur la Trueyre; par Louis Boyer. Paris, V[ve] Ch. Dunod, 1888; 1 vol. gr. in-8° (Texte), et un atlas in-f° (Planches). (Présenté par M. Maurice Lévy.)

A travers les étoiles. Notions d'Astronomie populaire; par J. Pichot. Paris, Lecène et Oudin, 1888; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Wolf.)

Traité élémentaire de l'accumulateur voltaïque; par Émile Reynier. Paris, Baudry et C[ie], 1888; 1 vol. in-8°.

Description de la Faune jurassique du Portugal. — Mollusques lamellibranches; par Paul Choffat. *Deuxième ordre :* Asiphonidæ; deuxième livraison, pages 37 à 76 et planches 11 à 19. Lisbonne, imprimerie de l'Académie royale des Sciences, 1888; br. in-4°. (Présenté par M. Gaudry.)

Dispensaire Furtado-Heine. Statistique médicale. 1887. Paris, Chaix, 1888; br. in-4°. (Présenté par M. le baron Larrey et renvoyé au concours du prix de Statistique.)

Traité d'Hygiène sociale; par le D[r] Jules Rochard. Paris, Delahaye et Lecrosnier, 1888; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. le baron Larrey.)

Éléments de Zoologie; par Claus, traduit de l'allemand par G. Moquin-Tandon; fasc. III. Paris, F. Savy; 1 vol. in-18.

Premières études expérimentales sur la nature du cancer; par le Dr Domingos Freire. Rio de Janeiro, 1887; br. pet. in-8°. (Présenté par M. Janssen.)

Mémoires de la Société académique d'Agriculture, des Sciences, Arts et Belles-Lettres du département de l'Aube; tome XXIV, troisième série, année 1887. Troyes, Dufour-Bouquot; 1 vol. gr. in-8°.

Actes de la Société linnéenne de Bordeaux; quatrième série, tome X, et cinquième série, tome I. Bordeaux, J. Durand, 1886-1887; 2 vol. gr. in-8°.

Rivista di Artiglieria e Genio, maggio (1888), volume II. Roma, tipografia e litografia del Comitato; 1 vol. pet. in-4°.

Sulla forza elettromotrice del selenio. Memoria del Prof. Augusto Righi. Padova, 1888; br. in-f°.

Annaes do observatorio do Infante D. Luiz. — Humidade do ar em Lisboa, 1856-1880. Lisboa, Imprensa nacional, 1888; br. in-f°.

Annaes do observatorio do Infante D. Luiz. — Observações dos postos meteorologicos segundo o plano adoptado no Congresso de Vienna d'Austria, 1883 e 1884. Lisboa, Imprensa nacional, 1886-1887; 2 br. in-f°.

Journal of the royal microscopical Society, 1888, Part 3, june. London and Edinburgh, Williams and Norgate; 1 vol. in-8°.

Mineral products of New South Wales; by Harrie Wood. — *Notes on the geology of New South Wales; by* C.-S. Wilkinson; and *Description of the seams of coal worked in New South Wales; by* John Mackenzie. Sydney, Charles Potter, 1887; 1 vol. in-4°.

Observations made at the Hongkong observatory in the year 1887; *by* W. Doberck. Hongkong, printed by Noronha and C°, 1888; 1 vol. in-4°.

Theorie der Transformationsgruppen. — Erster Abschnitt : *Unter Mitwirkung von Dr Friedrich Engel, bearbeitet von* Sophus Lie. Leipzig, Druck und Verlag von Teubner, 1888; 1 vol. gr. in-8°.

Jahrbücher der K. K. Central-Anstalt für Meteorologie und Erdmagnetismus, Jahrgang 1886. Wien, 1887; 1 vol. gr. in-4°.

Sitzungsberichte der königlich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin; fasc. I-XX. Berlin, 1888; 12 br. pet. in-4°.

FIN DU TOME CENT-SIXIÈME.